

Componentes Simétricas

1. Introducción

Este método fue desarrollado en 1918 por D. L. Fortescue en “ Método de las coordenadas simétricas”, y se aplica a la resolución de redes polifásicas, para soluciones analíticas o analizadores de redes. Sirve para cualquier sistema polifásico desequilibrado: en el cual n fasores relacionados entre sí pueden descomponerse en n sistemas de vectores equilibrados (componentes simétricos).

En un sistema trifásico que esta normalmente balanceado, las condiciones desbalanceadas de una falla ocasionan, por lo general, que haya corrientes y tensiones desbalanceados en cada una de las tres fases. Si las corrientes y tensiones están relacionados por impedancias constantes, se dice que el sistema es lineal y se puede aplicar el principio de superposición . La respuesta en tensión del sistema lineal a las corrientes desbalanceadas se puede determinar al considerar la respuesta separada de los elementos individuales a las componentes simétricas de las corrientes. Los elementos de interés del sistema son las máquinas, transformadores, líneas de transmisión y cargas conectadas tanto en estrella como en triángulo.

Básicamente el método consiste en determinar las componentes simétricas de las corrientes en la falla, y luego encontrar las corrientes y tensiones en diversos puntos del sistema. Es sencillo y permite predecir con gran exactitud el comportamiento del sistema. Su aplicación más importante es el cálculo de fallas desbalanceadas en sistemas trifásicos simétricos, en condiciones de régimen permanente, aunque con una sola falla simultánea por vez. En caso de haber varias fallas la solución puede ser muy difícil o imposible. En tales casos son preferibles los métodos generales, con variables de fase, aplicando los métodos de mallas o nodos.

Esta transformación puede interpretarse como una aplicación particular de las ecuaciones de redes en formulación impedancia (o admitancia).

Se trata de una transformación de variables, de la misma forma que en el método de mallas se trabaja con un juego de variable nuevas i' (corrientes de malla) para facilitar la resolución de las variables primitivas i (corrientes de las ramas). Si llamamos C a la matriz de transformación, queda:

$$i' = C \cdot i$$

Normalmente los “circuitos de secuencia” son simples, se podrán expresar en formulación impedancia (a veces admitancia) y a lo sumo habrá que aplicar el teorema de Thevenin o el de Norton.

2. Definiciones

De acuerdo con el teorema de Fortescue, tres fasores desbalanceados de un sistema trifásico se pueden descomponer en tres sistemas balanceados de fasores. Los conjuntos balanceados de componente son:

- 1) Componentes de secuencia positiva que consisten en tres fasores de igual magnitud desfasados uno de otro por una fase de 120° y que tienen la misma secuencia de fase que las fases originales.
- 2) Componentes de secuencia negativa que consiste en tres fasores iguales en magnitud, desplazados en fase uno de otro en 120° y que tienen una secuencia de fase contraria a las fases originales.
- 3) Componentes de secuencia cero (homopolares) que consisten en tres fasores iguales en magnitud y con un desplazamiento de fase cero uno de otro.

Se acostumbra designar a las tres fases de un sistema con A, B, C de modo que la secuencia directa sea ABC.

Trabajando con fasores, la transformación de Fortescue clásica es:

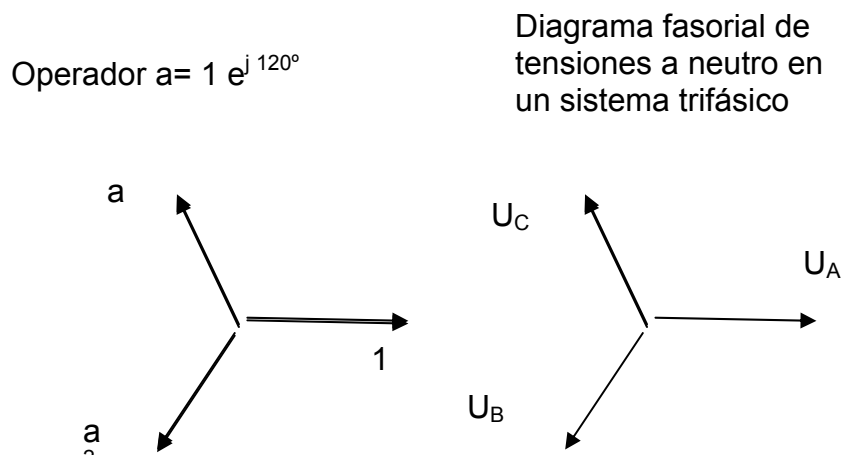
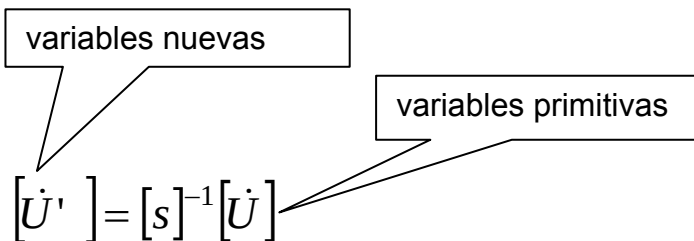


Figura N° 1

$$\Rightarrow \text{Comp. Simétricas} \left\{ \begin{array}{l} \dot{U}^0 = \frac{1}{3} \cdot (\dot{U}_A + \dot{U}_B + \dot{U}_C) \text{ Homopolar (sec. cero)} \\ \dot{U}^+ = \frac{1}{3} \cdot (\dot{U}_A + a\dot{U}_B + a^2\dot{U}_C) \text{ Directa (sec. positiva)} \\ \dot{U}^- = \frac{1}{3} \cdot (\dot{U}_A + a^2\dot{U}_B + a\dot{U}_C) \text{ Inversa (sec. negativa)} \end{array} \right\} \text{ respecto a la fase "A"}$$

$$\therefore \begin{cases} \dot{U}_A = \dot{U}^0 + \dot{U}^+ + \dot{U}^- = \dot{U}_A^0 + \dot{U}_A^+ + \dot{U}_A^- \\ \dot{U}_B = \dot{U}^0 + a^2\dot{U}^+ + a\dot{U}^- = \dot{U}_B^0 + \dot{U}_B^+ + \dot{U}_B^- \\ \dot{U}_C = \dot{U}^0 + a\dot{U}^+ + a^2\dot{U}^- = \dot{U}_C^0 + \dot{U}_C^+ + \dot{U}_C^- \end{cases}$$

matricialmente:



$$[\dot{U}'] = [s]^{-1} [\dot{U}]$$

$$\begin{bmatrix} \dot{U}^0 \\ \dot{U}^+ \\ \dot{U}^- \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{U}_A \\ \dot{U}_B \\ \dot{U}_C \end{bmatrix} \quad \text{ó} \quad [\dot{U}^{0+-}] = [s]^{-1} [\dot{U}_{ABC}] \quad [1]$$

esta expresión es la transformación de Fortescue inversa.

$$\begin{bmatrix} \dot{U}_A \\ \dot{U}_B \\ \dot{U}_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{U}^0 \\ \dot{U}^+ \\ \dot{U}^- \end{bmatrix} \quad \text{ó} \quad [\dot{U}_{ABC}] = [s] \cdot [\dot{U}^{0+-}] \quad \text{ó} \quad \boxed{[U] = [s] [U']} \quad [2]$$

La última es la transformación de Fortescue directa. Se comprueba que s^{-1} es inversa de s , en el desarrollo.

Lo hecho corresponde a la descomposición de un sistema asimétrico en tres sistemas simétricos, de los cuales sólo es necesario definir las componentes de una sola fase (fase de referencia, fase A), para luego hallar las otras componentes.

Como :

$$\sum \overline{U_{LINEA}} = 0$$

en un sistema trifásico, siempre se cumple $U_{linea}^0 = 0$, cualquiera que sea el desequilibrio.

Las corrientes de una determinada secuencia solamente dan lugar a caídas de tensión de la misma secuencia en circuitos conectados ya sea en estrella o triángulo con impedancias simétricas en cada fase. Este resultado (el más importante) permite dibujar tres circuitos de secuencia monofásicos, que considerados de manera simultánea, contienen la misma información que el circuito original.

Las tensiones en los circuitos de secuencia positiva y negativa se pueden considerar como medidos respecto a la tierra o al neutro.

Puede verse un ejemplo de un sistema completo en la Figura N° 2.

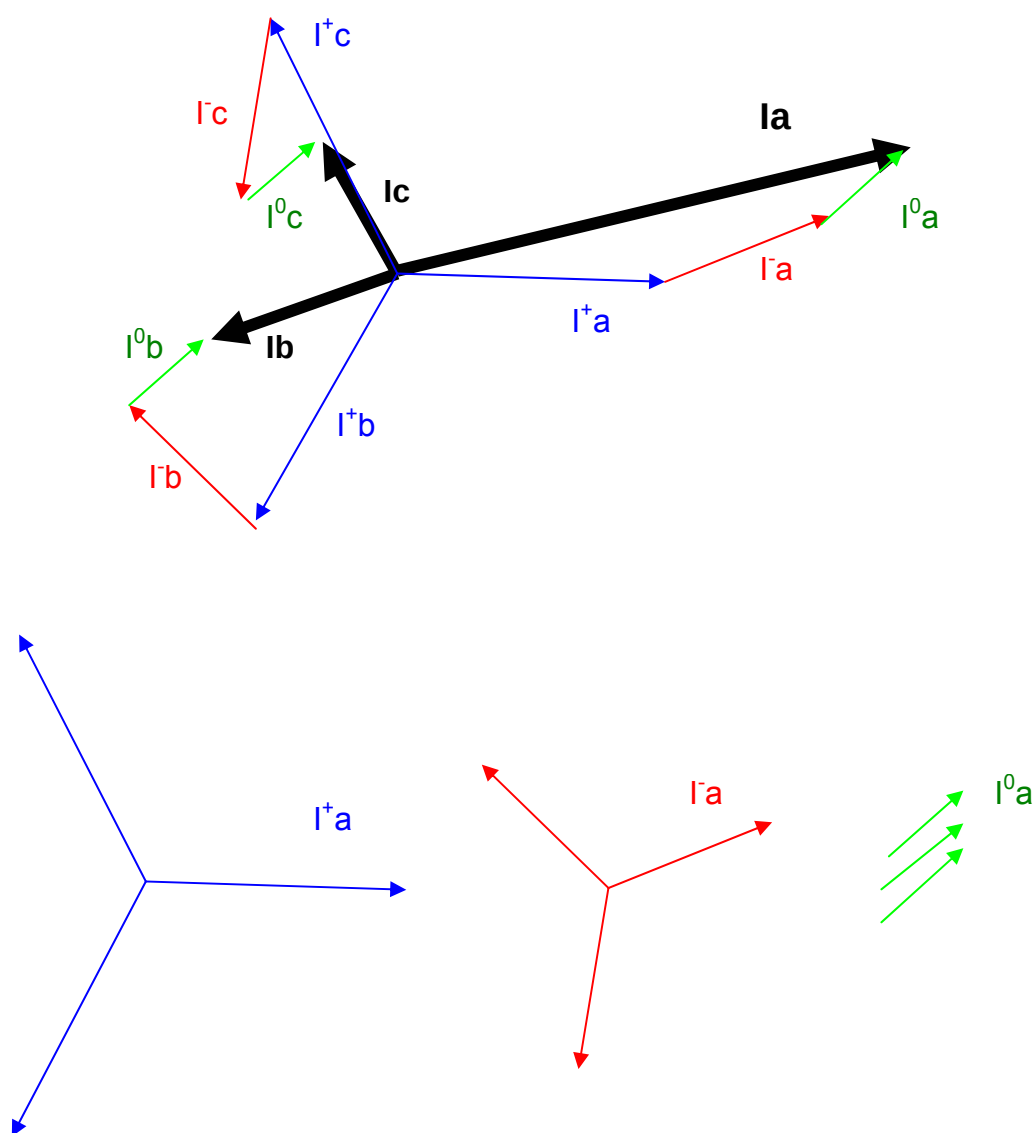


Figura N° 2: Terna de corrientes asimétricas (I_a , I_b , I_c) descompuesta en componentes simétricas (tres fasores se transforman en nueve)

Si se utiliza la transformación clásica de Fortescue, como las variables nuevas sólo corresponden a una fase, la potencia resultará un tercio de la real. Existen otras transformaciones alternativas que permiten obtener la potencia real a partir de las variables nuevas en forma directa. Se desarrolla este tema más adelante.

3. Valores base

Las líneas de transmisión de potencia se operan a niveles en los que el kV es la unidad más conveniente para expresar sus tensiones. Debido a que se transmite una gran cantidad de potencia, los términos comunes son los kilowatts o megawatts y los kilovoltamperes o megavoltamperes. Sin embargo, esas cantidades al igual que los amperes y los ohms, se expresan frecuentemente en por ciento o en por unidad de un valor base o de referencia especificado para cada una. Por ejemplo, si se selecciona una base de tensión de 120 KV, las tensiones de 108, 120 y 126 kV equivaldrán a 0,90; 1,00; 1.05 en por unidad o a 90, 100 y 105% respectivamente.

El valor en por unidad de cualquier cantidad se define como la relación de la cantidad a su base y se expresa como un decimal. La relación en por ciento es 100 veces el valor en por unidad.

La tensión, la corriente, los kilovoltamperes y la impedancia están relacionados de tal manera que la selección de los valores base para cualquiera dos de ellos determina la base de las dos restantes. Si se especifican los valores de la corriente y de la tensión, se pueden determinar las bases de impedancias y de kilovoltamperes. La impedancia base es aquella que tiene una caída de tensión igual a la del tensión base, cuando la corriente que fluye a través de ella es igual a la del valor base de corriente.

Si se trata de máquinas eléctricas, normalmente se definen S_B y U_B , iguales a los [MVA] y [kV] nominales de la máquina. Resultan así los otros valores base:

$$I_B = \frac{S_B}{\sqrt{3} \cdot U_B}$$

$$Z_B = \frac{U_B / \sqrt{3}}{I_B} \cdot \frac{U_B}{U_B} = \frac{U_B^2}{S_B}, etc$$

Son valores de referencia para magnitudes de igual naturaleza. Por ejemplo, una impedancia Z puede expresarse como:

$$Z[o/1] = \frac{Z}{Z_B} \quad \text{con} \quad [Z] = [Z_B] = \Omega \quad \text{y} \quad [Z] = p.u. = [o/1]$$

Todas las máquinas tienen valores “por unidad” parecidos. Con las cantidades “por unidad” se puede operar como si fueran magnitudes físicas.

4. Influencia de la impedancia de neutro

Si se introduce una impedancia Z_n entre el neutro y la tierra de una carga trifásica conectada en estrella entonces la suma de las corrientes de línea es igual a la corriente I_n en la trayectoria de retorno a través del neutro. Esto es,

$$I_n = I_A + I_B + I_C$$

si se expresan las corrientes de línea desbalanceadas en términos de sus componentes simétricas, se obtiene:

$$\begin{aligned} I_n &= (I_A^0 + I_A^+ + I_A^-) + (I_B^0 + I_B^+ + I_B^-) + (I_C^0 + I_C^+ + I_C^-) \\ &= (I_A^0 + I_B^0 + I_C^0) + (I_A^+ + I_B^+ + I_C^+) + (I_A^- + I_B^- + I_C^-) \\ &= 3I_A^0 + 0 + 0 \end{aligned}$$

Como las corrientes de secuencia positiva y negativa suman cero por separado en el punto neutro n, no puede haber ninguna corriente de secuencia positiva o negativa en las conexiones desde el neutro a la tierra, independientemente del valor de Z_n . Además la combinación de todas las corrientes de secuencia cero en n da $3I_A^0$, lo que resulta en una caída de tensión de $3I_A^0 Z_n$ entre el neutro y la tierra.

Si no hay conexión entre el neutro y la tierra no puede haber flujo de corriente de secuencia cero porque entonces $Z_n = \infty$, lo que se indica a través del circuito abierto entre el neutro y el nodo de referencia en el circuito de secuencia homopolar.

5. Impedancias de Secuencia de distintos elementos

La impedancia, transformada por la aplicación simultánea de la transformación de Fortescue a U e I resulta:

$$U = Z \cdot I \Rightarrow s \cdot U' = Z \cdot s \cdot I' \Rightarrow U' = s^{-1} \cdot Z \cdot s \cdot I'$$

O sea que,

$$\boxed{Z' = s^{-1} \cdot Z \cdot s} \quad [3]$$

siendo Z las impedancias reales (propias y mutuas). A continuación se analizan las impedancias transformadas de los elementos del circuito.

Las impedancias que van a “ver” las componentes simétricas en general son diferentes de las reales.

5.1. Impedancias-Generador sincrónico

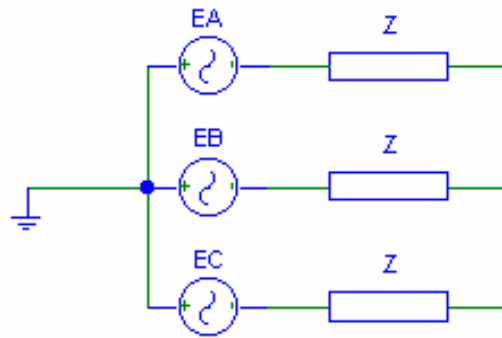


Figura N° 2

Al generador sincrónico siempre se lo considerará en estrella.

Cuando ocurre una falla, en las terminales del generador fluye las corrientes I_A , I_B e I_C en las líneas. Si la falla involucra la tierra, la corriente que fluye en el neutro del generador se designa como I_n y las corrientes de línea se pueden dividir en sus componentes simétricas independientemente de lo desbalanceadas que estén.

Para cada fase si no hubiera acoplamientos: $U=E -ZI$, y para las tres fases A, B, C, si se considera que hay acoplamiento, y no hay impedancia de neutro:

$$\begin{bmatrix} \dot{U}_A \\ \dot{U}_B \\ \dot{U}_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{E}_A \\ \dot{E}_B \\ \dot{E}_C \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \dot{Z}_{AA} & \dot{Z}_{AB} & \dot{Z}_{AC} \\ \dot{Z}_{BA} & \dot{Z}_{BB} & \dot{Z}_{BC} \\ \dot{Z}_{CA} & \dot{Z}_{CB} & \dot{Z}_{CC} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{I}_A \\ \dot{I}_B \\ \dot{I}_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{E}_A \\ \dot{E}_B \\ \dot{E}_C \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \dot{Z} & \dot{Z}_M & \dot{Z}_m \\ \dot{Z}_m & \dot{Z} & \dot{Z}_M \\ \dot{Z}_M & \dot{Z}_m & \dot{Z} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{I}_A \\ \dot{I}_B \\ \dot{I}_C \end{bmatrix}$$

Todos los componentes de las matrices son fasores (tensiones y corrientes) o complejos (Impedancias).

El anterior desarrollo matricial es posible pues el generador es simétrico, siendo $Z_{AA}=Z_{BB}=Z_{CC}=Z$: impedancias propias.

Las impedancias mutuas son cíclicamente iguales: $Z_{AB}=Z_{BC}=Z_{CA}=Z_M$, $Z_{BA}=Z_{CB}=Z_{AC}=Z_m$, siendo Z_m distinto de Z_M debido a la presencia del rotor, pues está girando.

Cambiando variables resulta:

$$\begin{bmatrix} \dot{U}^0 \\ \dot{U}^+ \\ \dot{U}^- \end{bmatrix} = s^{-1} \cdot \begin{bmatrix} \dot{U}_A \\ \dot{U}_B \\ \dot{U}_C \end{bmatrix} = s^{-1} \cdot \begin{bmatrix} \dot{E}_A \\ \dot{E}_B \\ \dot{E}_C \end{bmatrix} - s^{-1} \cdot \begin{bmatrix} \dot{Z} & \dot{Z}_M & \dot{Z}_m \\ \dot{Z}_m & \dot{Z} & \dot{Z}_M \\ \dot{Z}_M & \dot{Z}_m & \dot{Z} \end{bmatrix} \cdot s \cdot \begin{bmatrix} \dot{I}^0 \\ \dot{I}^+ \\ \dot{I}^- \end{bmatrix} =$$

desarrollando:

$$= \begin{bmatrix} \dot{E}^0 \\ \dot{E}^+ \\ \dot{E}^- \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \dot{Z} + \dot{Z}_M + \dot{Z}_m & & \\ & \dot{Z} + a^2 \dot{Z}_M + a \dot{Z}_m & \\ & & \dot{Z} + a \dot{Z}_M + a^2 \dot{Z}_m \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{I}^0 \\ \dot{I}^+ \\ \dot{I}^- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{E}^0 \\ \dot{E}^+ \\ \dot{E}^- \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \dot{Z}_G^0 & & \\ & \dot{Z}_G^+ & \\ & & \dot{Z}_G^- \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{I}^0 \\ \dot{I}^+ \\ \dot{I}^- \end{bmatrix} \quad [4]$$

Z' queda diagonal por la condición cíclica anterior. En las nuevas variables sus valores están desacoplados, o sea que: $U^0 = E^0 - Z^0 I^0$, etc; es decir, se obtienen tres ecuaciones independientes que equivalen a tres circuitos monofásicos separados. Se trata de los “circuitos de secuencia” donde Z^0 , Z^+ , Z^- son las “impedancias de secuencia”.

Si la máquina trabaja en cortocircuito, como solo genera f.e.m de secuencia positiva: $E^0 = E^- = 0$, $E^+ = E_A$. Además $U = 0 \therefore U^0 = U^+ = U^- = 0$ y de las ecuaciones anteriores [4] sólo queda la segunda: $0 = E^+ - Z^+ I^+$, por lo tanto $I^+ = (E^+ / Z^+) = (E_A / Z^+) = I_A$.

Las otras dos dan $I^0 = I^- = 0 \therefore I_B = a^2 I^+$, $I_C = a I^+$ por lo que se tienen tres corrientes perfectas y simétricas, sólo interviene Z^+ , así, al hacer el equivalente circuital de la máquina no se tienen en cuenta los acoplamientos entre las fases. Tampoco cuando la carga es equilibrada.

Si hay impedancia de neutro, debe restarse su caída por fase: $U = E - Z \cdot I - Z_N \cdot I_N$ (U es medida respecto de tierra), como $I_N = I_A + I_B + I_C$ queda:

$$\begin{bmatrix} \dot{U}_A \\ \dot{U}_B \\ \dot{U}_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{E}_A \\ \dot{E}_B \\ \dot{E}_C \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \dot{Z} & \dot{Z}_M & \dot{Z}_m \\ \dot{Z}_m & \dot{Z} & \dot{Z}_M \\ \dot{Z}_M & \dot{Z}_m & \dot{Z} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{I}_A \\ \dot{I}_B \\ \dot{I}_C \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \dot{Z}_N & \dot{Z}_N & \dot{Z}_N \\ \dot{Z}_N & \dot{Z}_N & \dot{Z}_N \\ \dot{Z}_N & \dot{Z}_N & \dot{Z}_N \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{I}_A \\ \dot{I}_B \\ \dot{I}_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{E}_A \\ \dot{E}_B \\ \dot{E}_C \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \dot{Z} + \dot{Z}_N & \dot{Z}_M + \dot{Z}_N & \dot{Z}_m + \dot{Z}_N \\ \dot{Z}_m + \dot{Z}_N & \dot{Z} + \dot{Z}_N & \dot{Z}_M + \dot{Z}_N \\ \dot{Z}_M + \dot{Z}_N & \dot{Z}_m + \dot{Z}_N & \dot{Z} + \dot{Z}_N \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{I}_A \\ \dot{I}_B \\ \dot{I}_C \end{bmatrix}$$

Y multiplicando ambos lados por $[s]^{-1}$ y $[s]$ como antes y desarrollando:

$$\begin{bmatrix} \dot{U}^0 \\ \dot{U}^+ \\ \dot{U}^- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{E}^0 \\ \dot{E}^+ \\ \dot{E}^- \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \dot{Z}^0 + 3\dot{Z}_N & & \\ & \dot{Z}^+ & \\ & & \dot{Z}^- \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{I}^0 \\ \dot{I}^+ \\ \dot{I}^- \end{bmatrix}$$

Por lo tanto se incrementa la impedancia homopolar en $3Z_N$ (sigue siendo simétrico a pesar de la “asimetría”).

Se ve que Z_N sólo interviene con secuencia “0”. Para la fase de referencia:

$$U^0 = U_A^0 = E_A^0 - Z_A^0 \cdot I_A^0 - Z_N \cdot I_N = E^0 - Z^0 \cdot I^0 - Z_N \cdot 3I^0 = E^0 - I^0 \cdot (Z^0 + 3Z_N)$$

La Z_N suele colocarse para limitar I^0 durante fallas.

Las respectivas impedancias de secuencia se pueden hallar en un ensayo aplicando a la máquina la E de secuencia apropiada, manteniendo el rotor girando sin excitación, es decir pasivado para que la propia máquina no genere E.

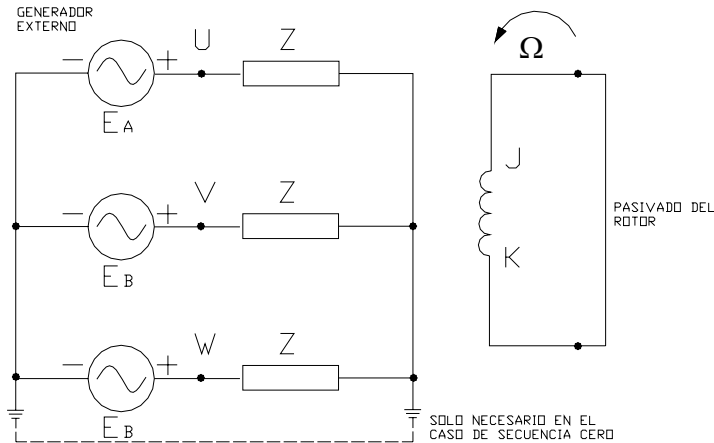


Figura N° 3

El pasivado del rotor significa un corto entre sus bornes, en el caso de rotor bobinado. Las puestas a tierra sólo son necesarias cuando se mide la secuencia cero. La velocidad del rotor será constante.

- Con secuencia positiva las u e i inducidas en el rotor son nulas. El campo giratorio marcha sincrónicamente con el rotor. La Z^+ queda definida por la R y X "estáticas" (sin movimiento relativo) que son elevadas, en especial la X . Es la Z_s de teoría de máquinas eléctricas.
- Con secuencia negativa aparecen importantes corrientes en el rotor (en arrollamientos rotóricos, barras amortiguadoras, etc, de $2f$ pero sincrónicas con el campo giratorio estatórico) que impiden en gran medida la entrada del flujo en el mismo, por lo tanto baja la inductancia. Como esta situación es similar al subtransitorio del generador, su valor es similar a X''_d .

-Con secuencia nula no hay flujo neto penetrando en el rotor pues las tres corrientes "entran", la reactancia es aproximadamente la de dispersión (es menor que X).

- Reactancias típicas turbogenerador: $X_s=1$; $X_-=0,13$; $X_0=0,04$ [$^{\circ}/1$]

5.2. Impedancias - Transformador

La tensión de salida del transformador es igual a la de entrada impuesta por el generador, menos la caída interna: $U_T = U_G - ZI$ (matricial), pero como no hay partes en movimiento, los acoplamientos entre arrollamientos son recíprocamente iguales: $Z_M = Z_m$ (pues $Z_{AB} = Z_{BA}$, etc).

Transformando como en el caso de [4], y despreciando el brazo de excitación:

$$\begin{bmatrix} \dot{U}_T^0 \\ \dot{U}_T^+ \\ \dot{U}_T^- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{U}_G^0 \\ \dot{U}_G^+ \\ \dot{U}_G^- \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \dot{Z} + 2\dot{Z}_m + 3\dot{Z}_N & & \\ & \dot{Z} + \dot{Z}_m(a + a^2) & \\ & & \dot{Z} + \dot{Z}_m(a + a^2) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{I}^0 \\ \dot{I}^+ \\ \dot{I}^- \end{bmatrix} \quad [6]$$

$$\begin{bmatrix} \dot{U}_T^0 \\ \dot{U}_T^+ \\ \dot{U}_T^- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{U}_G^0 \\ \dot{U}_G^+ \\ \dot{U}_G^- \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \dot{Z}^0 + 3\dot{Z}_N & & \\ & \dot{Z}^+ & \\ & & \dot{Z}^- \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{I}^0 \\ \dot{I}^+ \\ \dot{I}^- \end{bmatrix}$$

Salvo que la impedancia de neutro Z_N y la impedancia mutua Z_m sean iguales a cero, resulta:

$$\dot{Z}^+ = \dot{Z}^- \neq \dot{Z}^0$$

Si al transformador con la salida en cortocircuito, se le aplica U_G^+ siendo $U_G^0 = U_G^- = 0$:

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{U}_G^+ \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \dot{Z}^0 + 3\dot{Z}_N & & \\ & \dot{Z}^+ & \\ & & \dot{Z}^- \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{I}^0 \\ \dot{I}^+ \\ \dot{I}^- \end{bmatrix} \therefore \dot{I}^0 = \dot{I}^- = 0$$

de aquí que:

$$0 = \dot{U}_G^+ - \dot{Z}^+ \dot{I}^+$$

Siendo $Z_N=0$, si se aplica U_G^- :

$$0 = \dot{U}_G^+ - \dot{Z}^+ \cdot \dot{I}^+$$

$$0 = \dot{U}_G^- - \dot{Z}^- \cdot \dot{I}^- \quad \text{y aplicando} \quad \dot{U}_G^0 \therefore 0 = \dot{U}_G^0 - \dot{Z}^0 \cdot \dot{I}^0$$

Si el transformador no tiene neutro accesible, por ejemplo conexión en triángulo, $I^0=0$ pues: $I_N = I_A + I_B + I_C = 3I^0 = 0$. Por lo tanto $Z^0 = U_G^0 / I^0 = \text{infinito}$.

Es decir, para cualquier transformador:

$$\boxed{Z^+ = Z^- = Z_C^0}$$

[7]

Siempre en circuitos lineales, simétricos y estáticos, vale $Z^+ = Z^-$.

La determinación de las impedancias de secuencia se facilita “ensayando” el transformador con una fuente de la secuencia correspondiente y salida en cortocircuito.

Las secuencias positiva y negativa no ofrecen dificultades. La secuencia homopolar depende de la forma de conexión y conexión a tierra de los neutros, pues el generador se supone conectado a tierra, lo mismo que los bornes de salida del transformador; así:

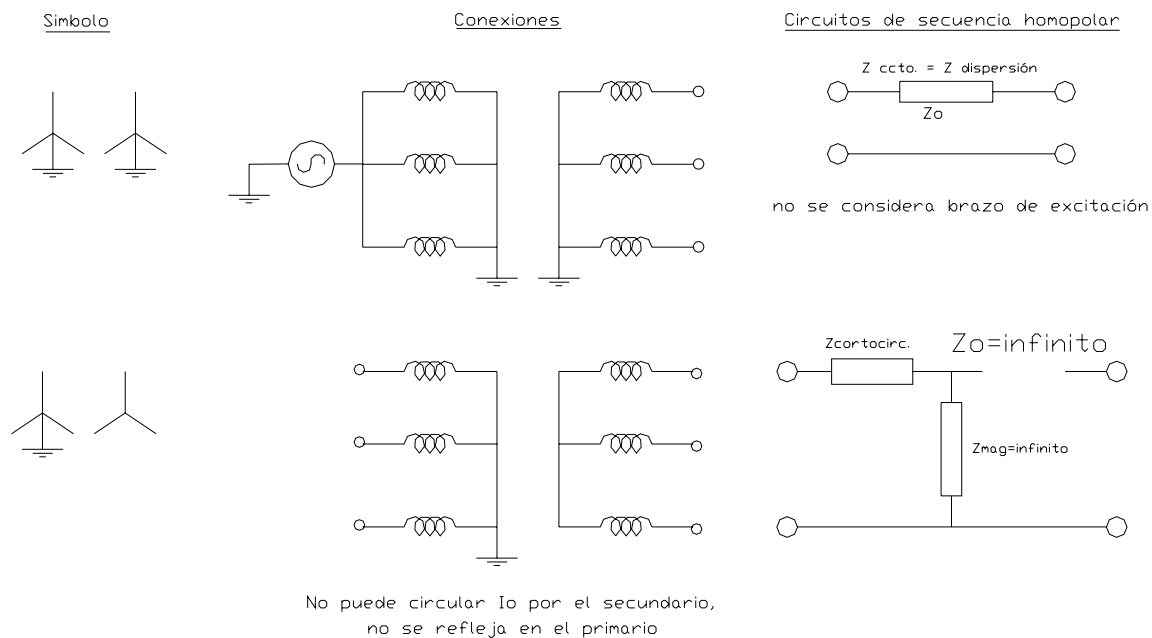


Figura N° 4

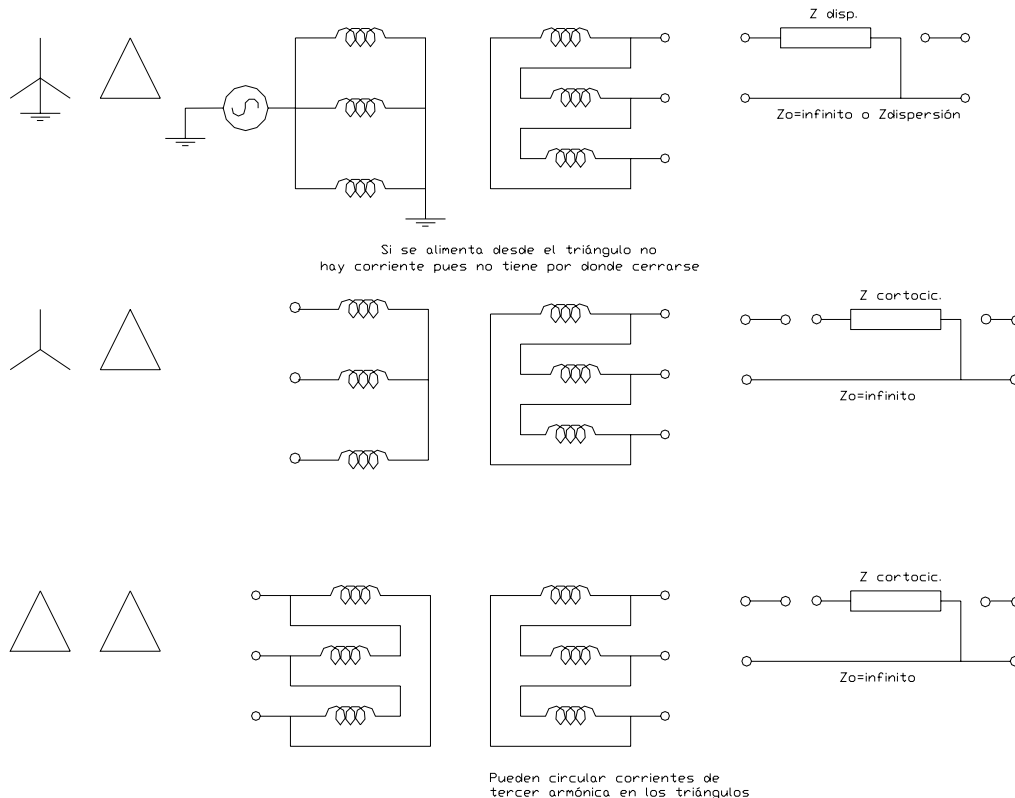


Figura N° 5

En general las reglas serían:

Si la conexión de arrollamientos no provee un camino a tierra para las corrientes homopolares, el circuito de secuencia debe contener una interrupción para el arrollamiento en cuestión.

Si las corrientes homopolares están confinadas a circular en un arrollamiento, provéase un cortocircuito a tierra en el circuito de secuencia indicando que las corrientes no emergen por los terminales.

Si la ausencia de un camino a tierra significa que el transformador es un circuito abierto para las corrientes homopolares, el circuito de secuencia debe tener la impedancia magnetizante en la rama en cuestión.

Si las corrientes homopolares inyectadas en un juego de terminales circulan libremente, sólo debe agregarse la impedancia de dispersión en esa rama.

El procedimiento usual se reduce a calcular las U e I sin considerar el desfase originado por los distintos "grupos" de transformadores. En ciertos casos es necesario tener en cuenta dicho desfase (por ejemplo en aplicación de relés).

5.3. Impedancias - Cargas

Normalmente serán equilibradas, con o sin acoplamientos mutuos, irán en convención consumidora y siempre en estrella.

Pueden contener fuentes, como por ejemplo en el caso de motores sincrónicos, donde:

$$U = E + ZI \text{ (matricial)} \Rightarrow [U] = [E] + [Z][I]$$

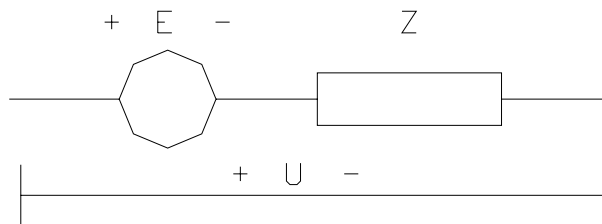


Figura N° 6

E es la f.c.e.m del motor síncrono.

Desarrollando con iguales procedimientos:

$$\begin{bmatrix} \dot{U}^0 \\ \dot{U}^+ \\ \dot{U}^- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{E}^0 \\ \dot{E}^+ \\ \dot{E}^- \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dot{Z}^0 & & \\ & \dot{Z}^+ & \\ & & \dot{Z}^- \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{I}^0 \\ \dot{I}^+ \\ \dot{I}^- \end{bmatrix} \quad [8]$$

con $Z_N=0$; si Z_N es distinta de cero, resulta Z^0+3Z_N .

Para hallar, por ejemplo, el circuito de secuencia homopolar de una carga en estrella con neutro, de Z_N distinto de cero y $E^0_{fcm}=0$ (en general no hay fuerza contra-electromotriz de secuencia homopolar).

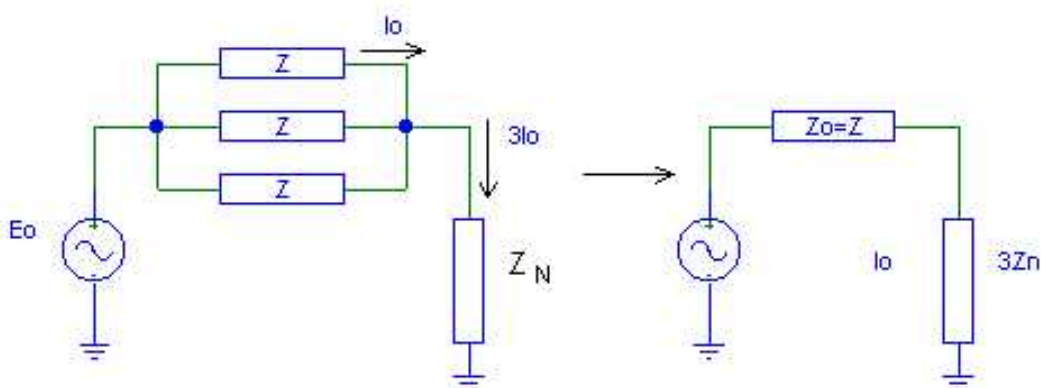


Figura N° 7

5.4. Impedancias - Líneas

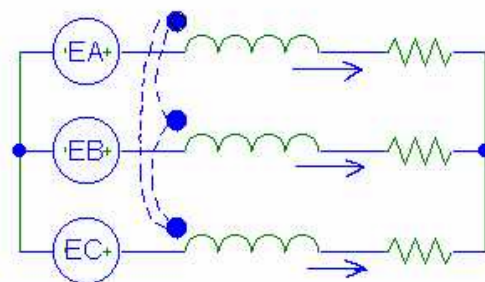
Los sistemas que son esencialmente balanceados y simétricos son los de mayor interés. Estos se harán desbalanceados solo cuando ocurra una falla asimétrica.

La simetría total en los sistemas de transmisión es en la práctica más ideal que real. Pero como el efecto de la asimetría es muy pequeño, con frecuencia se supone un balance, especialmente si las líneas se trasponen a lo largo de sus trayectorias.

Se llama línea traspuesta o simétrica a la que tiene impedancias propias y mutuas iguales (al menos en promedio) en todas las fases. Esto es lo habitual, si no existen fallas.

Dada la Figura N° 8, si se cortocircuita la línea y se alimenta con una secuencia positiva: $I^0=0$, I^-0 , $I^+=I_A=E^+/Z^+$:

Las tensiones EA,EB,EC son las de secuencia directa



Las impedancias de cada fase son iguales

Figura N° 8

$E^+ = (R + Lp) \cdot I_A - Mp(I_B + I_C) = R + (L - M)pI_A$; ya que $I_B + I_C = -I_A$ y si $p = j\omega$, (corriente alterna):

$$Z^+ = R + j\omega(L - M) \quad [9]$$

Si se aplica secuencia negativa, se obtiene:

$$Z^- = Z^+ \quad [10]$$

si se aplica secuencia homopolar (Figura N° 9):

$$I^0 = I_A = E^0 / Z^0; E^0 = (R + Lp)I^0 + Mp(I^0 + I^0).$$

por lo tanto:

$$Z^0 = R + j\omega(L + 2M).$$

La Z^0 es más grande que Z^+ ó Z^- , aún sin considerar una eventual Z_N (que en caso de existir se agrega como $3Z_N$ a Z^0).

Dato práctico: con $Z_N = 0$, $Z^0 = 2$ a $3,5 Z^+$.

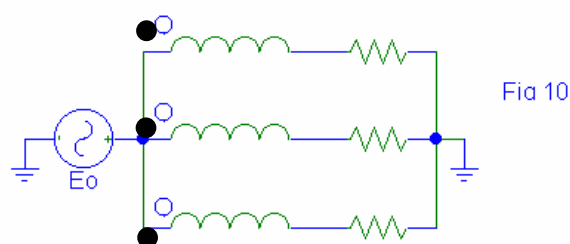


Figura N° 9

Nota: El caso del transformador con brazo de excitación, con neutro aislado o en conexión triángulo, puede asimilarse a este caso. Si $R \approx 0$ (por comodidad), en el ensayo de secuencia homopolar, el único lugar por donde pueden circular las I^0 es por los brazos de excitación (Figura N° 10):

$$\begin{cases} Z^+ = Z^- = j\omega(L - M) \cong Z_{C^0C^0} \text{ (chico)} \\ Z^0 = j\omega(L + 2M) = Z_{exc} \text{ (grande)} \end{cases}$$

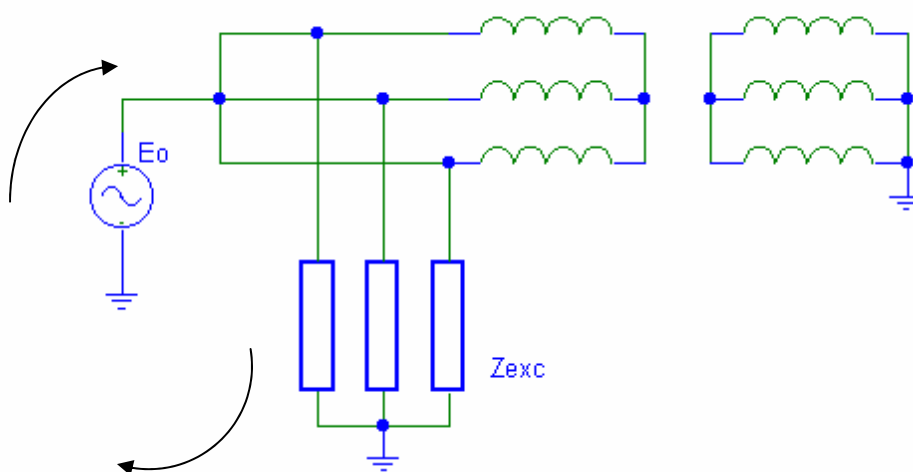


Figura N° 10

Métodos para hallar M, despejándola:

$$M = L - \frac{Z_{C^0 C^0}}{j\omega} = \frac{1}{2} \left(\frac{Z_{exc}}{j\omega} - L \right)$$

Inversamente, si se conocen Z^0, Z^+, Z^- , de [6]:

$$\begin{cases} Z^0 = Z + 2Z_M \\ Z^+ = Z^- = Z + Z_M(a + a^2) = Z - Z_M \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} Z^0 + Z^+ + Z^- = Z^0 + 2Z^+ \\ Z^0 - Z^+ = 3Z_M \end{cases}$$

$$o \quad Z = \frac{Z^0 + 2Z^+}{3} \quad , \quad Z_M = j\omega M = \frac{Z^0 - Z^+}{3}$$

Estos valores de impedancias de secuencia, también pueden obtenerse a partir de los valores de fase, Figura N° 11:

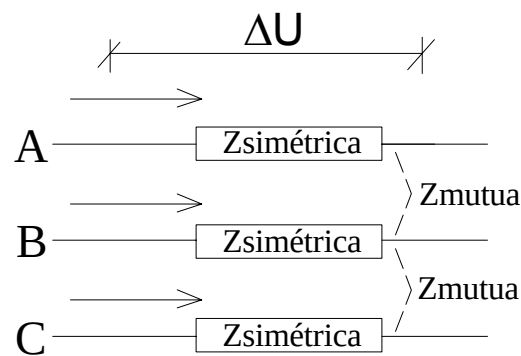


Figura N° 11

$$\begin{bmatrix} \Delta U_A \\ \Delta U_B \\ \Delta U_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_S & Z_M & Z_M \\ Z_M & Z_S & Z_M \\ Z_M & Z_M & Z_S \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_A \\ I_B \\ I_C \end{bmatrix}$$

con:

$$\begin{cases} Z_S = R + j\omega L \\ Z_M = j\omega M \end{cases}$$

por lo tanto:

$$\begin{bmatrix} \Delta U^0 \\ \Delta U^+ \\ \Delta U^- \end{bmatrix} = s^{-1} \cdot \begin{bmatrix} Z_S & Z_M & Z_M \\ Z_M & Z_S & Z_M \\ Z_M & Z_M & Z_S \end{bmatrix} \cdot s \cdot \begin{bmatrix} I^0 \\ I^+ \\ I^- \end{bmatrix} = Z' \cdot I'$$

desarrollando con iguales valores anteriores:

$$Z' = \begin{bmatrix} Z^0 & & \\ & Z^+ & \\ & & Z^- \end{bmatrix} \quad [12]$$

o sea, que: $Z^0 = Z_S + 2Z_M$, $Z^+ = Z^- = Z_S - Z_M$. Este desacoplamiento es la razón primaria para usar las componentes simétricas en vez de las cantidades de fase. Las Z^+ , Z^- , Z^0 son las impedancias de “servicio” o de “fase”.

Si la línea es no traspuesta, en general se podrá expresar por:

$$Z = \begin{bmatrix} Z_{AA} & Z_{AB} & Z_{AC} \\ Z_{BA} & Z_{BB} & Z_{BC} \\ Z_{CA} & Z_{CB} & Z_{CC} \end{bmatrix} \quad [13]$$

con:

$Z_{ii} = R_{ii} + jX_{ii}$ = impedancias serie propias

$Z_{ji} = Z_{ij} = R_{ij} + jX_{ij}$ = impedancias mutuas (R_{ij} se debe a la presencia de tierra).

5.5. Líneas con asimetrías o fallas

Una línea con asimetría puede tener una matriz como la [13] si sus elementos no guardan igualdad o simetría. Un caso típico es el que no presenta acoplamientos y es $Z_A \neq Z_B \neq Z_C$:

$$\begin{bmatrix} \Delta U_A \\ \Delta U_B \\ \Delta U_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_A & & \\ & Z_B & \\ & & Z_C \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_A \\ I_B \\ I_C \end{bmatrix} = Z \cdot I \quad [14]$$

y, como antes $\Delta U' = Z_a' \cdot I'$ con $Z_a' = s^{-1} Z s$ (Z_a se usa para diferenciar que se trata de la asimetría); desarrollando:

$$Z_a' = \begin{bmatrix} Z_a^0 & Z_a^- & Z_a^+ \\ Z_a^+ & Z_a^0 & Z_a^- \\ Z_a^- & Z_a^+ & Z_a^0 \end{bmatrix} \quad [15]$$

Z_a' es la matriz de impedancias equivalentes o transformadas, *no* de secuencia.
(Al término Z^0 se le suma $3Z_n$ si hay neutro)

$$Z_a^0 = 1/3 (Z_A + Z_B + Z_C)$$

$$\text{Siendo: } Z_a^+ = 1/3(Z_A + a Z_B + a^2 Z_C) \quad [16]$$

$$Z_a^- = 1/3 (Z_A + a^2 Z_B + a Z_C)$$

Aparecen numerosos acoplamientos en las componentes transformadas, por lo tanto se deberán usar procedimientos especiales.

Sólo si $Z_A = Z_B = Z_C$ se cumplirá $Z_a^0 = Z_A$; $Z_a^+ = Z_a^- = 0$; en cuyo caso las componentes de secuencia son $Z^0 = Z^- = Z^+ = Z_A$ (pasa a ser como una línea simétrica o transpuesta).

No es sensato estudiar las líneas no simétricas con componentes simétricas. En cambio debe trabajarse en el dominio de fase o usar transformaciones especiales ("modales").
Lo mismo rige para las admitancias derivación.

6. Sistemas con asimetría o falla

Para simplificar el estudio se descompone en 2 partes simétricas, una en convención "fuente" y otra en "consumidora" (aunque ambas pueden contener fuentes), con todos los acoplamientos inductivos (de modo de constituir "circuitos de secuencia"), unidas por una parte asimétrica sin acoplamiento (falla):

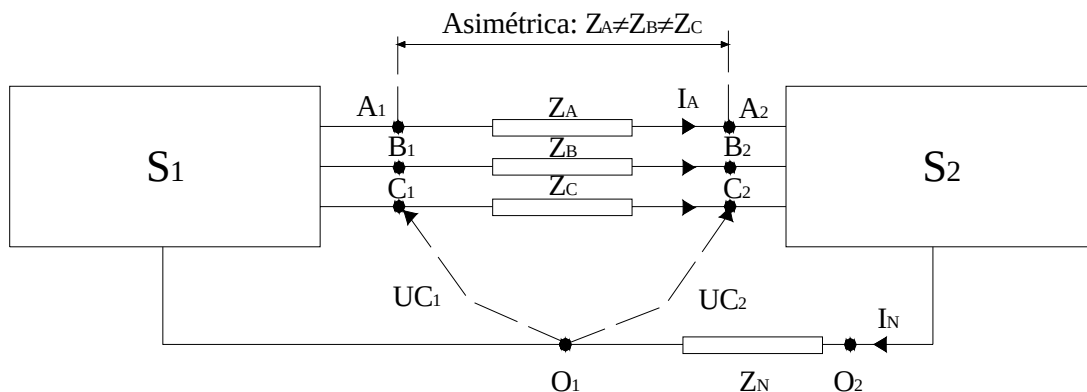


Figura N° 12

Z_N puede asignarse a S1 ó S2.

Para la asimetría: $Z_A \neq Z_B \neq Z_C$:

$$\begin{aligned}\Delta U_A &= U_{A1} - U_{A2} = Z_A I_A \\ \Delta U_B &= U_{B1} - U_{B2} = Z_B I_B \quad [17] \\ \Delta U_C &= U_{C1} - U_{C2} = Z_C I_C\end{aligned}$$

6.1. Circuitos equivalentes

Como para las partes simétricas (S1 y S2), los circuitos de secuencia están desacoplados se pueden determinar cada uno separadamente y luego aplicarlos sobre la parte asimétrica. Para la secuencia “+” (fase de referencia A), después de la conveniente aplicación del teorema de Thévenin a cada parte:

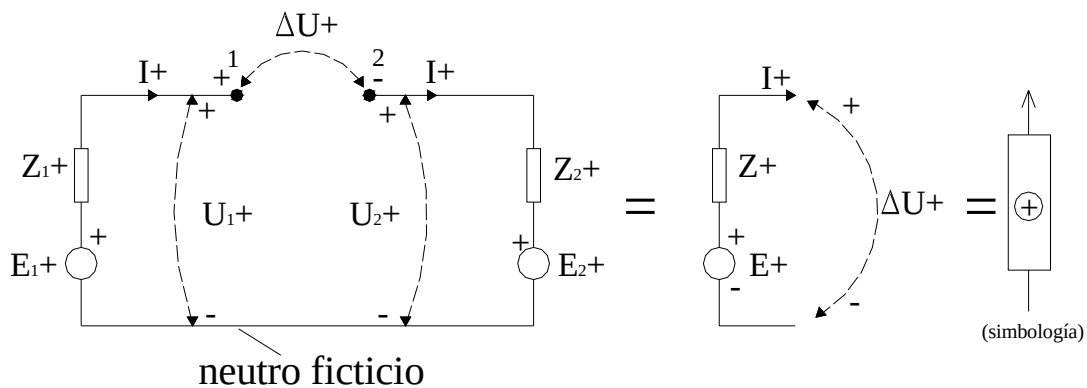


Figura N° 13

Habrán otros 2 circuitos para las componentes “-” y “0”, en general sin fuentes pues los generadores sólo generan secuencia “+”. Además en la secuencia “0” se colocará en serie $3 Z_N$. A su vez, estos 3 circuitos de secuencia podrán resultar interconectados según sea la falla, lo que permitirá resolver el problema, tal como se verá más adelante.

6.2. Métodos

Una vez establecidos los circuitos de secuencia de la parte simétrica (Figura N° 12) se tiene:

$$\begin{bmatrix} \Delta U^0 \\ \Delta U^+ \\ \Delta U^- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E^0 \\ E^+ \\ E^- \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} Z^0 + 3Z_N & & \\ & Z^+ & \\ & & Z^- \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I^0 \\ I^+ \\ I^- \end{bmatrix} \quad \text{o} \quad [\Delta U'] = [E'] - [Z'_s] \cdot [I'] \quad [18]$$

Siendo $[Z'_s]$ la impedancia de la parte simétrica.

Estas $\Delta U'$ resultan aplicadas a la parte asimétrica, por lo que:

$$[\Delta U'] = [Z_a'] \cdot [I'] \text{ o sea: } \begin{bmatrix} \Delta U^0 \\ \Delta U^+ \\ \Delta U^- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_a^0 & Z_a^- & Z_a^+ \\ Z_a^+ & Z_a^0 & Z_a^- \\ Z_a^- & Z_a^+ & Z_a^0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I^0 \\ I^+ \\ I^- \end{bmatrix} \quad [19]$$

$[Z_a']$ es asimétrica.

(Como en el caso de líneas no traspuestas, no acopladas)

Igualando [18] y [19]:

$E' - Z_s' I' = Z_a' I'$ ó $E' = (Z_s' + Z_a') \cdot I'$ por lo tanto:

$$[I'] = [Z_s' + Z_a']^{-1} \cdot [E'] \text{ (cálculo complejo)}$$

$\Delta U'$ sale de [18] ó [19]. Luego: $I = s I'$ [20]

$\Delta U = s \Delta U'$ (ó con $\Delta U_A = Z_A I_A$, etc.)

Si se desean hallar las tensiones simples habrá que hallar U_1^+ , U_2^+ , etc, de S_1 y S_2 (Figura N° 13) y luego aplicar la transformación directa.

6.3. Casos Particulares

Existen 3 casos muy importantes que permiten resolver mediante la interconexión de los circuitos equivalentes de secuencia:

a) Una fase con impedancia Z y las otras dos con impedancia cero

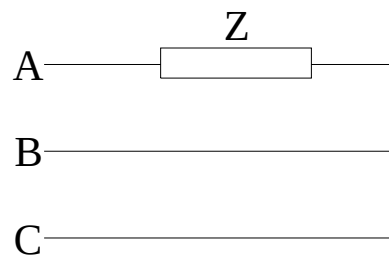


Figura N° 14

$$\begin{cases} Z_A = Z \\ Z_B = Z_C = 0 \end{cases} \therefore \begin{cases} Z_a'^0 = \frac{1}{3}Z \\ Z_a'^+ = \frac{1}{3}Z \\ Z_a'^- = \frac{1}{3}Z \end{cases} \therefore \begin{bmatrix} \Delta U^0 \\ \Delta U^+ \\ \Delta U^- \end{bmatrix} = \frac{Z}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I^0 \\ I^+ \\ I^- \end{bmatrix} = \frac{Z}{3} \begin{bmatrix} I^0 + I^+ + I^- \\ I^0 + I^+ + I^- \\ I^0 + I^+ + I^- \end{bmatrix} \therefore$$

$$\Delta U^0 = \Delta U^+ = \Delta U^- = \frac{Z}{3}(I^0 + I^+ + I^-) \Rightarrow$$

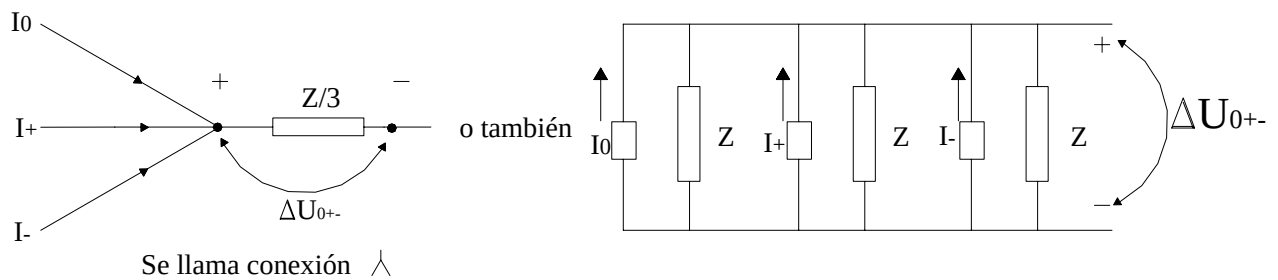


Figura N° 15

b) Una fase con impedancia cero y las otras dos con impedancia Z

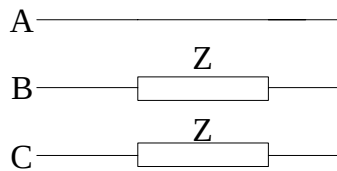


Figura N° 16

$$\begin{cases} Z_A = 0 \\ Z_B = Z_C = Z \end{cases} \therefore \begin{cases} Z_a'^0 = \frac{1}{3}(0 + Z^+ + Z^-) = \frac{2}{3}Z \\ Z_a'^+ = \dots\dots\dots = -\frac{1}{3}Z \\ Z_a'^- = \dots\dots\dots = -\frac{1}{3}Z \end{cases}$$

Para fase A: $\Delta U_A = \Delta U^0 + \Delta U^+ + \Delta U^- = 0$ (pues $Z_A = 0$). Además:

$$\begin{bmatrix} \Delta U^0 \\ \Delta U^+ \\ \Delta U^- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_a'^0 & Z_a'^- & Z_a'^+ \\ Z_a'^+ & Z_a'^0 & Z_a'^- \\ Z_a'^- & Z_a'^+ & Z_a'^0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I^0 \\ I^+ \\ I^- \end{bmatrix} = \frac{Z}{3} \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I^0 \\ I^+ \\ I^- \end{bmatrix} = \frac{Z}{3} \begin{bmatrix} 2I^0 - I^+ - I^- \\ -I^0 + 2I^+ - I^- \\ -I^0 - I^+ + 2I^- \end{bmatrix} = \frac{Z}{3} \begin{bmatrix} 3I^0 - I_A \\ 3I^+ - I_A \\ 3I^- - I_A \end{bmatrix}$$

Ya que $I_A = I^0 + I^+ + I^- \therefore \begin{bmatrix} I^0 \\ I^+ \\ I^- \end{bmatrix} = \frac{1}{Z} \begin{bmatrix} \Delta U^0 \\ \Delta U^+ \\ \Delta U^- \end{bmatrix} + \frac{1}{3} \begin{bmatrix} I_A \\ I_A \\ I_A \end{bmatrix}$

o sea (ver Figura N° 17)

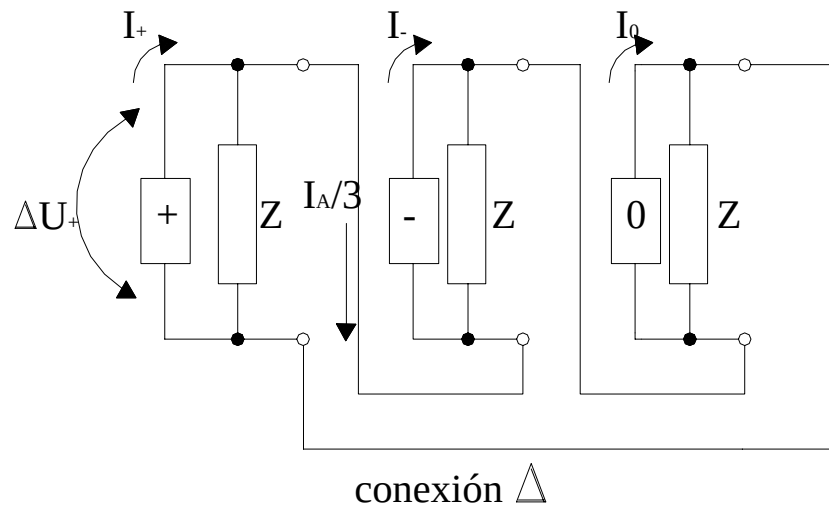


Figura N° 17

c) Superposición de los casos anteriores

Hay otras asimetrías particulares que pueden resolverse por superposición de estas, como ser el de una fase con impedancia Z y dos fases con impedancia Z' .

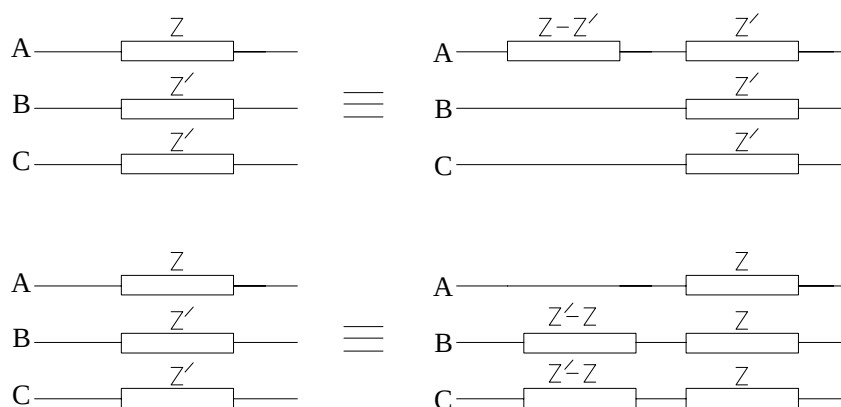


Figura N° 18

Una forma es suponer tres impedancias simétricas Z' y una asimetría consistente en una impedancia $Z-Z'$ en serie en la fase con impedancia Z (caso a) anterior).

Otra forma es suponer tres impedancias simétricas Z y una asimetría consistente en una impedancia $Z'-Z$ en serie en cada una de las dos fases con impedancia Z' (caso b) anterior).

6.4. Clásico (general)

Se exploran las posibilidades que ofrecen las transformaciones directas e inversa de la parte asimétrica, juntamente con las relaciones tensión-corriente que impone ésta. De ahí debe surgir la solución y la forma en que se deben conectar los circuitos de secuencia.

Aplicaciones (no corresponde a este curso)

a) Generador sincrónico , sin neutro, cortocircuito entre 2 fases (Figura N° 19):

Responde a la conexión  (Figura N° 20):

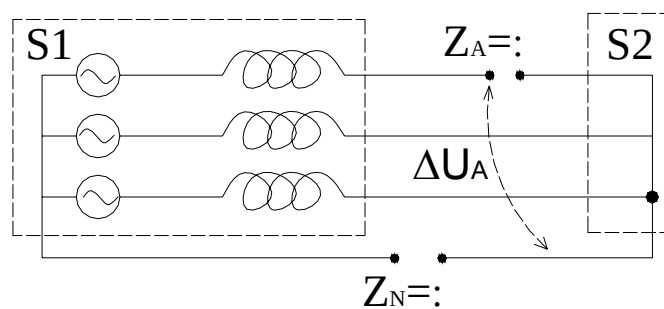


Figura N° 19

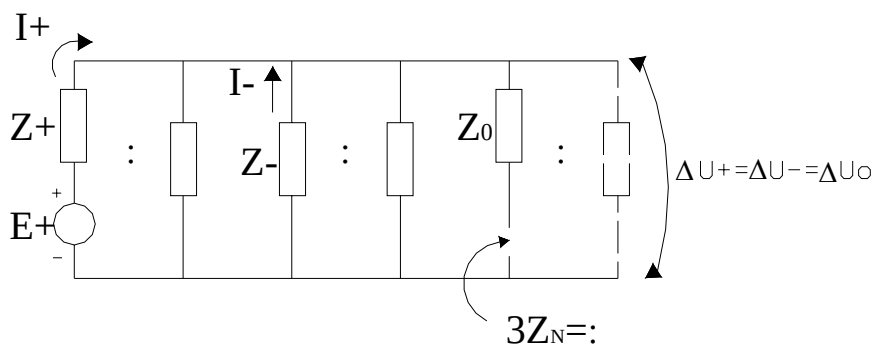


Figura N° 20

En la Figura N° 19, por la rama Z^- circulará una corriente I^- y por la rama Z^0 circulará una corriente I^0 . También, al ser el Sistema 2 un cortocircuito, si se toma $U_A = \text{cte.}$ entonces: $U^+ = U^- = U^0$.

$$\begin{aligned} I^+ &= -I^- = \frac{E^+}{Z^+ + Z^-}, \quad I^0 = 0 \\ I_A &= I^0 + I^+ + I^-, \quad 0 + I^+ - I^- = 0 \\ I_B &= I^0 + a^2 I^+ + a I^- = 0 + (a^2 - a)I^+ = -j\sqrt{3}I^+ \\ I_B &= \frac{-j\sqrt{3}E^+}{Z^+ + Z^-} = -I_C \quad (\text{pues } I_A = 0) \end{aligned}$$

Valores típicos $\begin{cases} Z^+ = 1 \text{ a } 2 \text{ (arg } Z^+) \text{ p.u.} & (C^0 C^0) \\ Z^- = 0,15 \text{ a } 0,30 \text{ (arg } Z^-) \text{ p.u} \end{cases}$

y considerando que tengan el mismo ángulo de fase (p.ej. reactancia pura) $Z^+ + Z^- = 1,15 \text{ a } 2,3 \text{ p.u.}$ Luego:

$$C^0.C^0 \begin{cases} \text{Bifásico: } I_B = \sqrt{3} / 1,15 \text{ a } \sqrt{3} / 2,3 = 1,50 \text{ a } 0,75 \text{ pu} \\ \text{Trifásico: } I_B = 1/1 \text{ a } 1/2 = 1 \text{ a } 0,5 \text{ pu} \end{cases}$$

$\Rightarrow$ puede ser más desfavorable un cortocircuito bifásico que uno trifásico.

Además: $\Delta U_A = \Delta U^0 + \Delta U^- + \Delta U^+ = 3\Delta U^0 = 3Z^- (-I^-) = 3Z^- I^+ = U_{AB}$ con lo cual resulta:

$$U_{AB} = 3(Z^- I^+) = 3Z^- \frac{I_B}{-j\sqrt{3}} \Rightarrow Z^- = \frac{jU_{AB}}{\sqrt{3}I_B}$$

(Método para hallar Z^-)

Nota: Debe medirse P_{AB} para hallar el coseno del ángulo entre U_{AB} y I_B como $P_{AB} / U_{AB} I_B$ ($P = IU \cos \phi$).

b) Generador sincrónico, estrella, con neutro, cortocircuito bifásico con neutro.

Por lo anterior con $Z_N = 0$

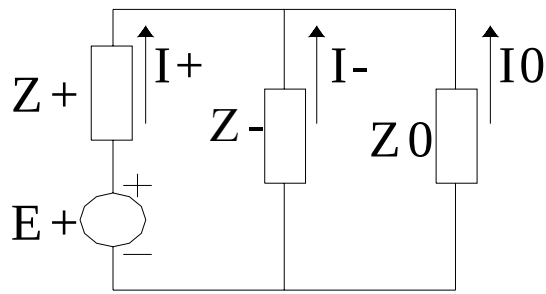


Figura N° 21

$$I^+ = \frac{E^+}{Z^+ + \frac{Z^- Z^0}{Z^- + Z^0}}; \quad I^- = I^+ \frac{Z^0}{Z^- + Z^0}$$

pues:

$$I^- Z^- = I^0 Z^0 = (-I^+ - I^-) Z^0$$

análogamente:

$$I^0 = -I^+ \frac{Z^-}{Z^- + Z^0}; \text{ se verifica: } I_A = I^0 + I^+ + I^- = 0$$

también:

$$I_B = I^0 + a^2 I^+ + a I^- = I^+ \frac{Z^-}{Z^- + Z^0} + a^2 I^+ - a I^- \frac{Z^0}{Z^- + Z^0}, \text{ y si } Z^0 \cong 0:$$

$$I_B \cong -I^+ \frac{Z^-}{Z^- + 0} + a^2 I^+ - a I^+ \frac{0}{Z^- + 0} = -I^+ + a^2 I^+ = \sqrt{3} e^{j210} I^+ = \frac{\sqrt{3} e^{j210} E^+}{Z^+}$$

de la misma manera:

$$I_C = \sqrt{3} e^{j150} I^+ = \frac{\sqrt{3} e^{j150} E^+}{Z^+}$$

c) Generador sincrónico, estrella, cortocircuito monofásico con neutro:

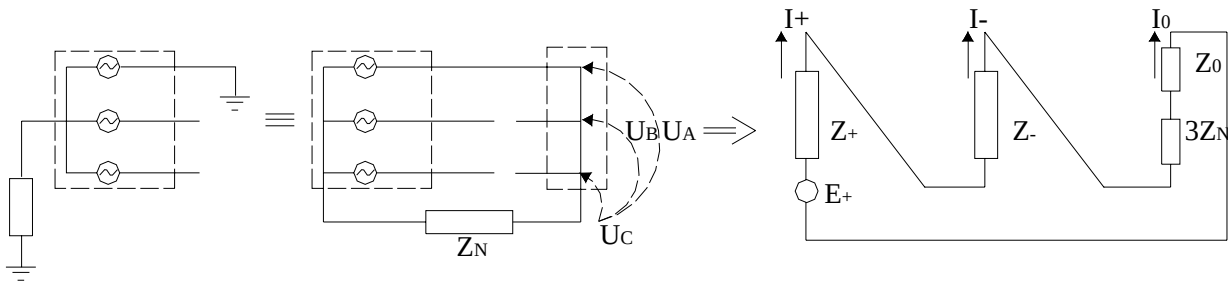


Figura N° 22

$$I^+ = I^- = I^0 = \frac{E^+}{Z^+ + Z^- + Z^0 + 3Z_N} \cong 0,73 \text{ p.u. si } Z_N = 0$$

$$I_A = I^0 + I^+ + I^- = 3 \cdot 0,73 = 2,2$$

da mayor que antes, pero influye mucho Z_N (por eso se coloca).

Además:

$U_A = U^0 + U^- + U^+ = 0$ (condición de cortocircuito), y si Z_N es importante :

$U_B = U^0 + a U^- + a^2 U^+$ será superior a la tensión de fase (será U^0 grande), puede aparecer una sobretensión importante (conviene $Z_N=0$, opuesto a lo anterior!)

6.5. Asimetrías longitudinales y transversales

Longitudinales: p.ej. asimetrías en conductores de líneas

Transversales: p.ej. puesta a tierra, cortocircuitos

Las asimetrías longitudinales según procedimiento ya visto. Las fallas transversales deben transformarse para adaptar el circuito resultante al de la Figura N° 12.

Ej: asimetría de una fase a tierra:

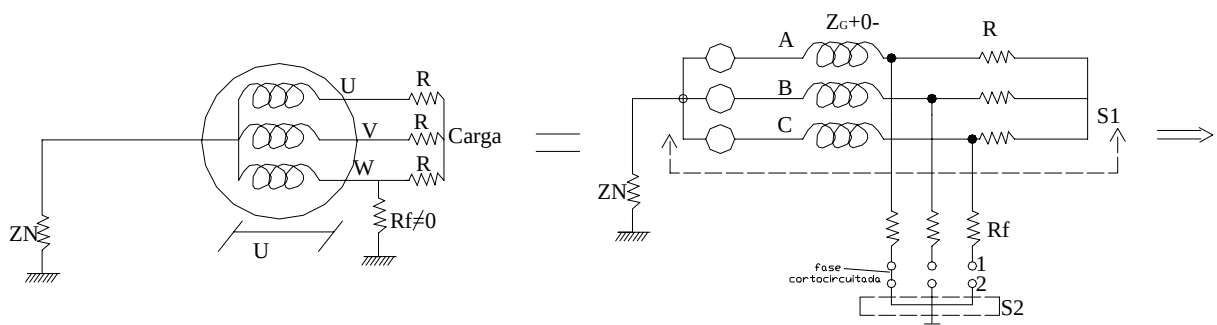


Figura N° 23

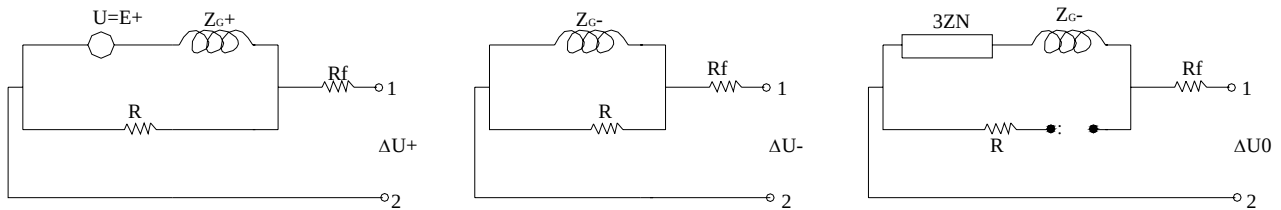


Figura N° 24

Ej: dos asimetrías simultáneas

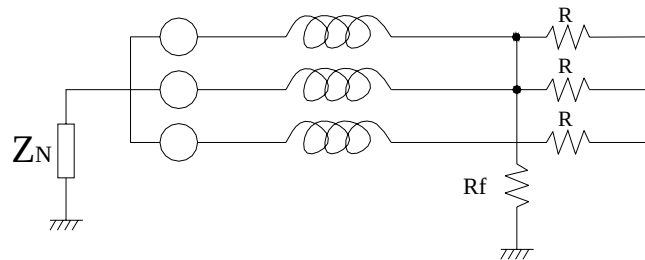


Figura N° 25

No puede aplicarse componentes simétricas. Son 2 fallas simultáneas (cortocircuito en S1 y asimetría a tierra en S2). No hay forma de armar S1 y S2 con asimetría del tipo visto. Debe resolverse con los métodos generales de electrotecnia.

7. Potencia

Dado un sistema, con $[I] = [I_{ABC}]$; $[U] = [U_{ABC}]$, se verifica, desarrollando, que la potencia total es:

$$S = [I^*]^t [U] \text{ con } [I^*]^t \text{ traspuesta de las conjugadas} \quad [23]$$

Pero $[I] = [s][I']$ y también $[I^*] = [s^*][I'^*]$ pues $F(Z_i^*) = F^*(Z_i)$,

aunque al transponer cambian el orden: $[I^*]^t = [I'^*]^t [s^*]^t \therefore$

$$S = [I'^*]^t [s^*]^t [U] = [I'^*]^t \underbrace{[s^*]^t [s]}_{3 \times 1 \text{ (matriz unidad)}} [U'] = 3 [I'^*]^t [U'] = 3S' \quad [24]$$

siendo $S' = [I'^*]^t [U']$ la potencia calculada para las componentes simétricas. [25]

Ocorre que éstas se aplican 3 veces para reconstruir el sistema original; o dicho de otro modo la potencia de las componentes simétricas es 3 veces menor debido a que sólo intervienen las componentes de 1 fase.

Puede modificarse la transformación para que la potencia se mantenga *invariante*:

$$\text{Si } I = C \cdot I' \therefore I^* = I'^* \cdot C^{*t} \therefore \quad [26]$$

$S = I^{*t} \cdot U = I^{*t} \cdot C^{*t} \cdot U$ y $S' = I^{*t} \cdot U'$, entonces:

Para que $S = S'$ debe ser $U' = C^{*t} \cdot U$ (en lugar de $U' = C^{-1} \cdot U$) [27]

Valores que suelen asignarse a C :

Variante 1:

$C = s$ $\therefore s^{*t} = 3 \text{ s}^{-1}$ (por desarrollo). Así, por ejemplo resulta: [28]

$$\begin{cases} I^{\circ} = 1/3 (I_A + I_B + I_C) \text{ (igual al caso clásico)} \\ U^{\circ} = U_A + U_B + U_C \text{ (triple del caso clásico)} \end{cases}$$

Variante 2:

$C = s/\sqrt{3}$ $\therefore C^{*t} = \sqrt{3} \text{ s}^{-1}$ (por desarrollo) [29]

Resulta:

$$\begin{cases} I^{\circ} = 1/\sqrt{3} (I_A + I_B + I_C) (\sqrt{3} \text{ del caso clásico)} \\ U^{\circ} = 1/\sqrt{3} (U_A + U_B + U_C) (\sqrt{3} \text{ del caso clásico)} \end{cases}$$

Las impedancias resultan: $U = Z I = Z \cdot C \cdot I'$; $U' = Z' \cdot I' \Rightarrow C^{*t} \cdot U = Z' \cdot I' \Rightarrow$

$$Z \cdot C = (C^{*t})^{-1} \cdot Z' \Rightarrow Z' = C^{*t} Z C \quad [30]$$

Variante 1: $Z' = 3 \text{ s}^{-1} Z s$ (triple de la Z' clásica)

Variante 2: $Z' = \sqrt{3} \text{ s}^{-1} Z s/\sqrt{3}$ (igual a la Z' clásica), por lo que se prefiere esta variante.

8. Matrices Admitancia

El método general(apartado “sistemas con falla”) fracasa si $(Z_s' + Z_a')$ no se puede invertir, por ejemplo, si uno de sus elementos fuera ∞ (el determinante resulta $\Delta = \infty$), o si todos los elementos resultan iguales ($\therefore \Delta = 0$, $[Z_s' + Z_a']^{-1} = 0/0$). En tal caso se puede trabajar con matrices admitancias, que se corresponden con el método de los nodos. Se define:

$$[Y'] = [Z']^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{Z^0 + 3Z_N} & & \\ & \frac{1}{Z^+} & \\ & & \frac{1}{Z^-} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y^0 & & \\ & Y^+ & \\ & & Y^- \end{bmatrix} \quad [31]$$

De [18] se halla:

$$I' = Z_s'^{-1} (E' - \Delta U') = J' - Y' \Delta U' \quad [32]$$

Lo que equivale a aplicar Norton a cada circuito de secuencia, por ejemplo en la Figura N° 26

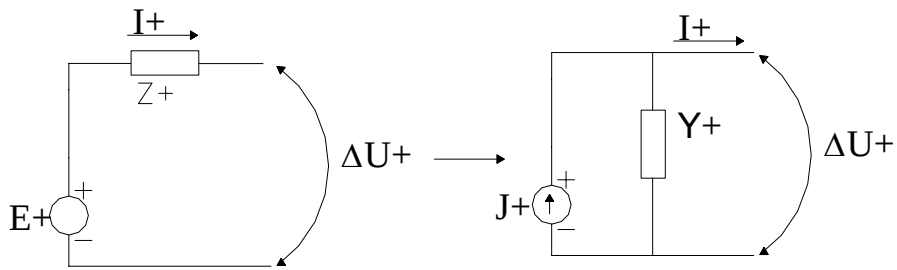


Figura N° 26

De [19] :

$$I' = Z_a'^{-1} \Delta U' = Y_a' \Delta U' \quad [33]$$

Igualando [32] y [33]:

$$I' - Y' \Delta U' = Y_a' \Delta U'$$

$$\Delta U' = (Y' + Y_a')^{-1} \cdot I' \quad [34]$$

Luego se calcula ΔU , etc.

La dificultad reside en la determinación de Y_a' , que en general tiene una expresión complicada, salvo casos especiales.

Cuando sea factible modelar una falla como de fase abierta sin neutro ($\therefore Y_A = 0$, $Y_N = 0$) la $Y' + Y_a'$ toma una expresión simple y reduce a 2 el sistema de ecuaciones a resolver. Ej. :

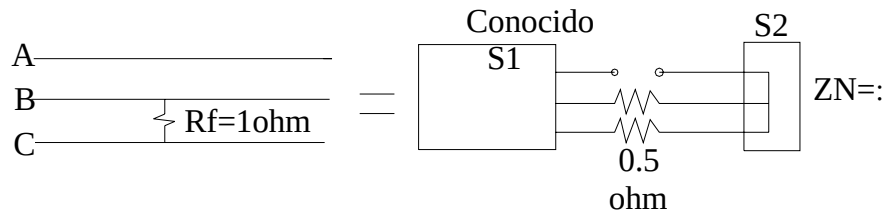


Figura N° 27

Supóngase:

$$[Y'] = \begin{bmatrix} 1,5e^{-j90} & & \\ & 7,6e^{-j80} & \\ & & 7,6e^{-j80} \end{bmatrix}, J^+ = \frac{E_{th}^+}{Z_{th}^+} = \frac{8,370e^{j0}}{0,131e^{j80}} = 64,0e^{-j80} \text{ kA}$$

$$[Y_a'] = \begin{bmatrix} Z'^0 & Z'^- & Z'^+ \\ Z'^+ & Z'^0 & Z'^- \\ Z'^- & Z'^+ & Z'^0 \end{bmatrix}^{-1}$$

se hace el desarrollo literal (complicado) y queda :

$$[Y_a'] = \frac{1}{Rf} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

Al aplicar [34] y como $I^0 = 0$ (no hay neutro) resulta $\Delta U^0 = 0$, por lo que resta hallar:

$$\begin{bmatrix} 1 + 7,6e^{-j80} & -1 \\ -1 & 1 + 7,6e^{-j80} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta U^+ \\ \Delta U^- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 64e^{-j80} \\ 0 \end{bmatrix} \Rightarrow \Delta U^+, \Delta U^-, etc$$

Obsérvese que también la falla se podría haber modelado como la Figura N° 28, que no ofrece dificultad para la solución:

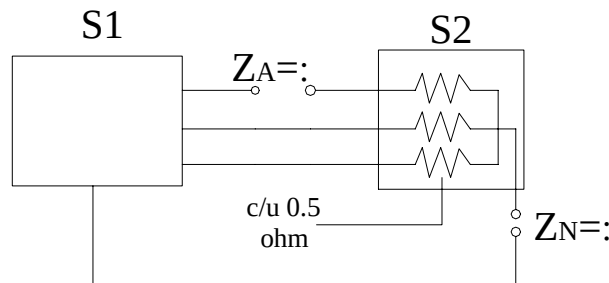


Figura N° 28

Cuando $Z' + Z_a'$ se puede invertir no hay ventaja en el empleo de las matrices admitancia, salvo dichos casos particulares.

9. Mediciones de corrientes y tensiones de secuencia

Si bien los modernos instrumentos microprocesador pueden hacer los cálculos internos para dar directamente las componentes simétricas de las corrientes y tensiones que miden, se dan a continuación métodos con uso de elementos auxiliares.

9.1. Corrientes

9.1.1. Corriente de secuencia Directa e Inversa

Caso Trifilar sin Neutro

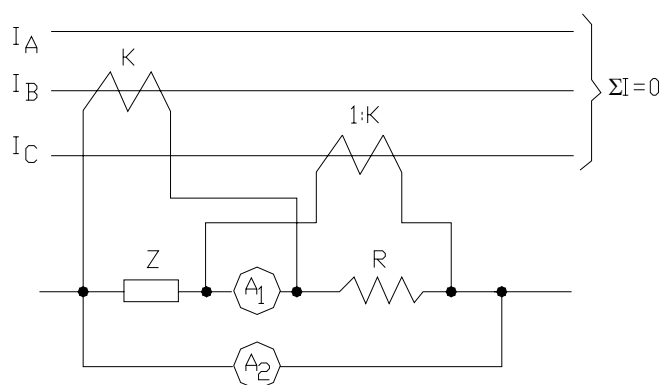


Figura N° 29

$$\dot{Z} = R.e^{j60^\circ}$$

Se demuestra (ver punto 9.1.2) que:

$$\dot{I}_{A1} = \frac{I^+}{K} \quad \text{y} \quad \dot{I}_{A2} = \frac{I^-}{K}$$

Ej. : Si 500/5 A entonces K=100 (=500/5)

9.1.2. Demostración

El circuito se puede analizar por superposición, prescindiendo de la constante K:

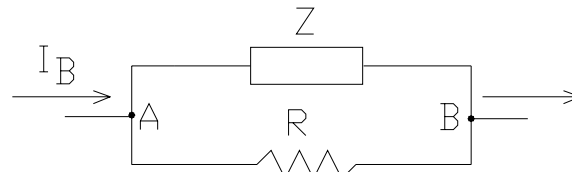


Figura N° 30

$$\begin{cases} U_{AB} = I_Z \cdot Z = I_R \cdot R \\ I_B = I_Z + I_R \end{cases} \quad \therefore \quad \begin{cases} I_Z \cdot Z = (I_B - I_Z) \cdot R \\ I_Z \cdot (Z + R) = I_B \cdot R \end{cases}$$

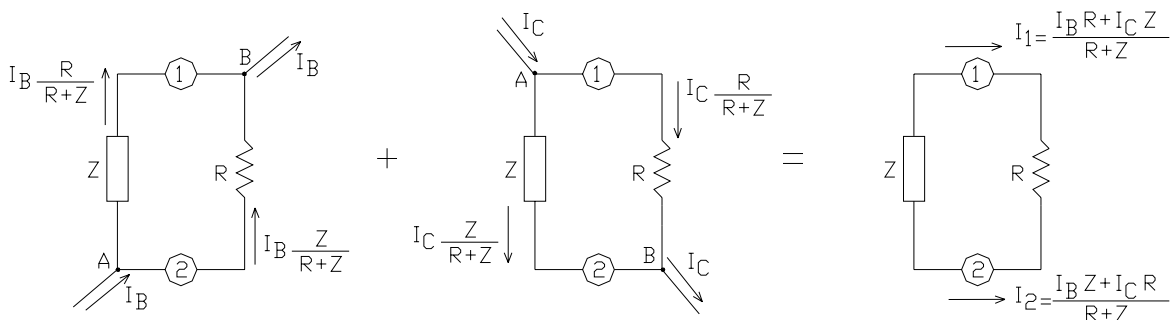


Figura N° 31

$$I_1 = \frac{I_B R + I_C R e^{j60}}{R + R e^{j60}} = \frac{I_B + I_C e^{j60}}{\sqrt{3} e^{j30}} = \frac{1}{\sqrt{3}} [I_B e^{j-30} + I_C e^{j30}]$$

y, por la Figura N° 32:

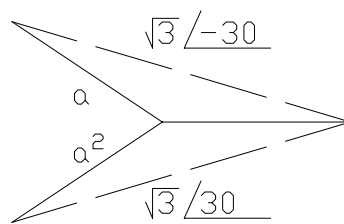


Figura N° 32

$$I_1 = \frac{1}{3} [I_B (1 - a) + I_C (1 - a^2)] = \frac{1}{3} \left[\underbrace{I_B + I_C}_{-I_A} - a I_B - a^2 I_C \right] = -I^+$$

Se observa que el amperímetro A1 mide $-I^+$

Análogamente para el amperímetro A2:

$$I_2 = -I^-$$

9.1.3. Caso Trifilar con Neutro

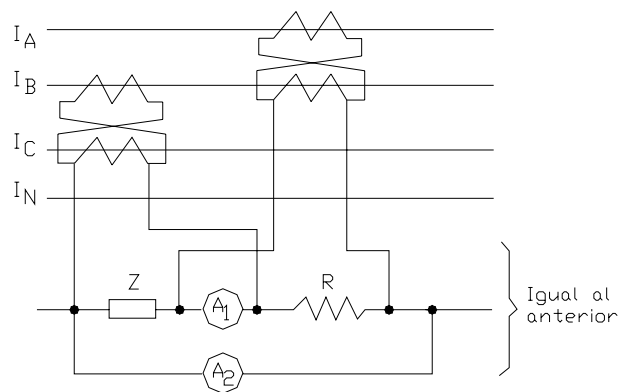


Figura N° 33

$$\dot{Z} = R.e^{j60^\circ}$$

$$\dot{I}_{A1} = \frac{\sqrt{3}}{K} I^+ .e^{j150} \quad \text{y} \quad \dot{I}_{A2} = \frac{\sqrt{3}}{K} I^- .e^{j-150}$$

La fase sale de cálculos y esta relacionada con los fasores I_{A1} e I_{A2} , cuya ubicación es desconocida.

9.1.4. Corriente de secuencia Homopolar: 3 posibles métodos

9.2.2. Tensión de secuencia Homopolar

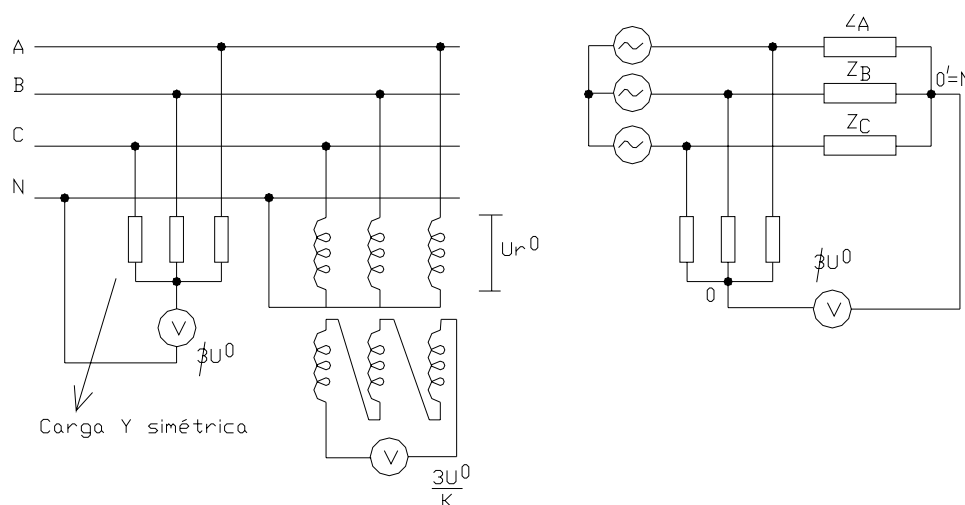


Figura N° 36 a y b

10. Ejemplos

10.1. Ejemplo 1

Dado:

$$U^0 = 25e^{j-10}, U^+ = 100e^{j0}, U^- = 30e^{j30},$$

hallar el sistema real y sus relaciones de potencia si:

$$I_A = 10e^{j-10}, I_B = 5e^{-j20}, I_C = -(I_A + I_B) \approx 78e^{j160}$$

Entonces:

$$[U] = [s][U'] \text{ o sea:}$$

$$[\dot{U}] = \begin{bmatrix} U_A \\ U_B \\ U_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U^0 \\ U^+ \\ U^- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 25e^{j-10} + 100e^{j0} + 30e^{j30} \\ 25e^{-j10} + 1e^{-j120} \cdot 100e^{j0} + 1e^{j120} \cdot 30e^{j30} \\ 1e^{j120} \cdot 100e^{j0} + 1e^{-j120} \cdot 30e^{j30} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 150,6 + j10,66 \\ -51,36 - j75,94 \\ -25,38 + j52,26 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 151e^{j4,05} \\ 91,7e^{-j124} \\ 58,1e^{j116} \end{bmatrix}$$

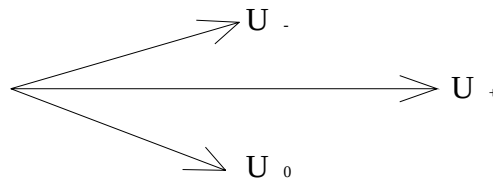


Figura N° 37

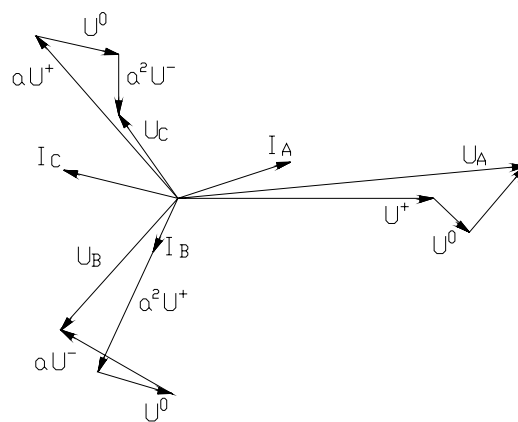


Figura N° 38

$$S = [I^*]^t [U] = \begin{bmatrix} 10e^{-j10} & 5e^{j120} & 7,8e^{-j160} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 151e^{j4,05} \\ 91,7e^{-j124} \\ 58,1e^{j116} \end{bmatrix} = (1502 - j157) + (457 - j32) + (326 - j315) = \\ = (2285 - j504) \text{ VA (capacitivo)}$$

falta hallar las componentes simétricas de las corrientes:

$$I' = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 10e^{j10} \\ 5e^{-j120} \\ 7,8e^{j160} \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 0,076e^{j76} \\ 21,9e^{j18} \\ 8,85e^{-j11} \end{bmatrix} \cong \begin{bmatrix} 0 \\ 7,3e^{j18} \\ 2,95e^{-j11} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I^0 \\ I^+ \\ I^- \end{bmatrix}$$

Potencia desarrollada por las componentes simétricas:

$$\begin{aligned}\dot{S}' &= [I^*]^t [\dot{U}'] = \begin{bmatrix} 0 & 7,3e^{-j18} & 2,95e^{j11} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 25e^{-j10} \\ 100e^{j0} \\ 30e^{j30} \end{bmatrix} = 0 + 730e^{-j18} + 88,5e^{j41} = (694,3 - j225,6) + (67 + j58) = \\ &= (761 - j168) = \frac{1}{3}(2283 - j504) = \frac{1}{3}\dot{S}\end{aligned}$$

Si se usa para la transformación inversa la expresión:

$$[I'] = [S^*]^t [I]$$

$$[\dot{I}'] = \begin{bmatrix} 0 \\ 21,9e^{j18} \\ 8,85e^{-j11} \end{bmatrix}, \dot{S}' = \dot{S}$$

10.2. Ejemplo 2

Un generador sincrónico de 3x13,12 kV, 50 Hz, 1MVA, 0,9MW, alimenta una carga óhmica simétrica de 800 kW mediante una línea sin pérdidas. Las impedancias de secuencia del generador valen:

$Z^+ = 1.e^{j80} p.u$ $Z^- = 0,4.e^{j90} p.u$ $Z^0 = 0,10e^{j90} p.u$, y la impedancia del neutro es $Z_N = 50 + j0$ ohm.

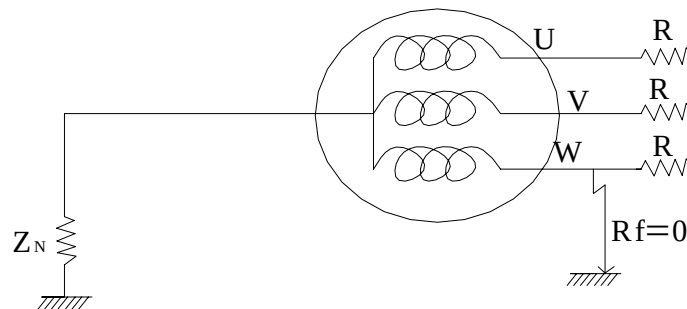


Figura N° 39

Aplicando el método de componentes simétricas, se pide:

- 1) Cuando una de las líneas hace contacto directo con tierra(ver Figura N° 39), establecer los circuitos de secuencia y la vinculación entre ellos para dicha falla.
- 2) Para la misma falla, hallar la corriente a través de la misma.
- 3) Indicar cómo se modifican los circuitos de secuencia y el conexionado, si R_f es distinto de cero, dibujando los mismos.

Solución:

$$Z_b = \frac{\frac{U_m}{\sqrt{3}}}{\frac{I_m}{U_m}} = \frac{U_m^2}{S} = \frac{13200^2}{1.10^6 \text{VA}} = 174,2 \Omega$$

$$U_b = \frac{13,2 \text{ kV}}{\sqrt{3}} = 7,62 \text{ kV} \therefore I_b = \frac{7620 \text{ V}}{174,2 \Omega} = 43,7 \text{ A}$$

se reducen todas las cantidades a p.u.:

$$R = \frac{U^2}{P} = \frac{13200^2}{800000 \text{ W}} = 217,8 \Omega \Rightarrow R = \frac{217,8}{174,2} = 1,25 \text{ p.u.}$$

$$Z_N = \frac{50 \Omega}{174,2} = 0,287 + j0 \text{ p.u.}$$

Transformación del sistema: $U = 13,2 / \sqrt{3} \text{ kV}$

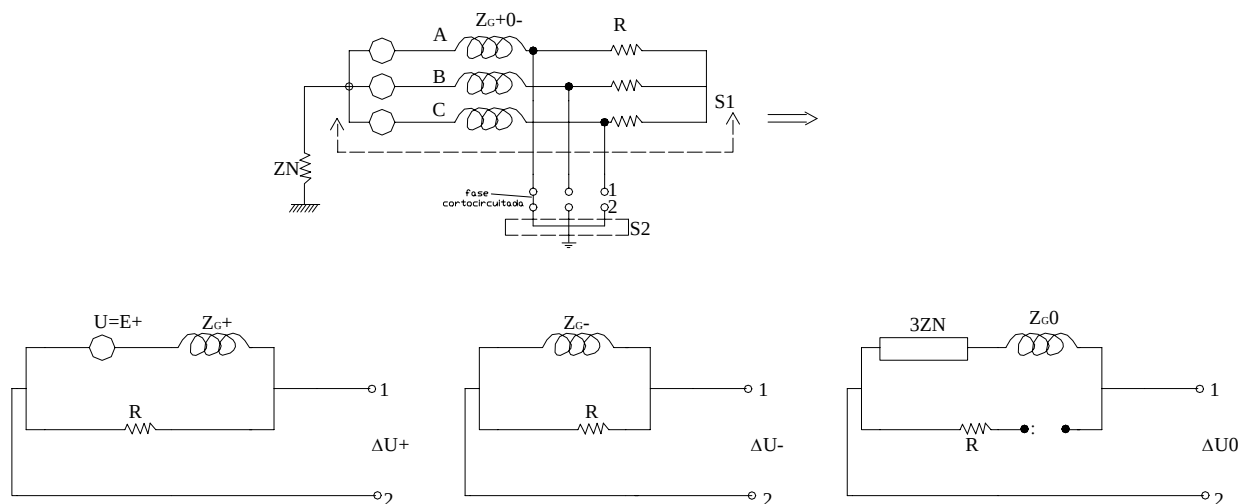


Figura N° 40

(conexión Triángulo con ∞ derivado de cada circuito de secuencia)

Reducción de los circuitos de secuencia(Thevenin) en p.u :

$$Z_{TH}^+ = \frac{Z^+ R}{Z^+ + R} = \frac{1e^{j80} \cdot 1,25e^{j0}}{(0,174 + j0,985) + (1,25)} = \dots = 0,722e^{j45,3} = 0,508 + j0,513$$

$$U_{TH} = \frac{U \cdot R}{Z^+ + R} = \frac{1e^{j0} 1,25e^{j0}}{(0,174 + j0,985) + (1,25)} = \dots = 0,722e^{-j34,7}$$

$$Z_{TH}^{-} = \frac{Z^{-} R}{Z^{-} + R} = \frac{0,4e^{j90} 1,25e^{j0}}{(j0,4) + (1,25)} = \dots\dots\dots = 0,381e^{j72,3} = 0,116 + j0,363$$

$$Z_{TH}^0 = 3Z_N + Z^0 = 3 \cdot 0,287 + j0,1 = 0,861 + j0,1 = 0,867e^{j6,6}$$

Queda:

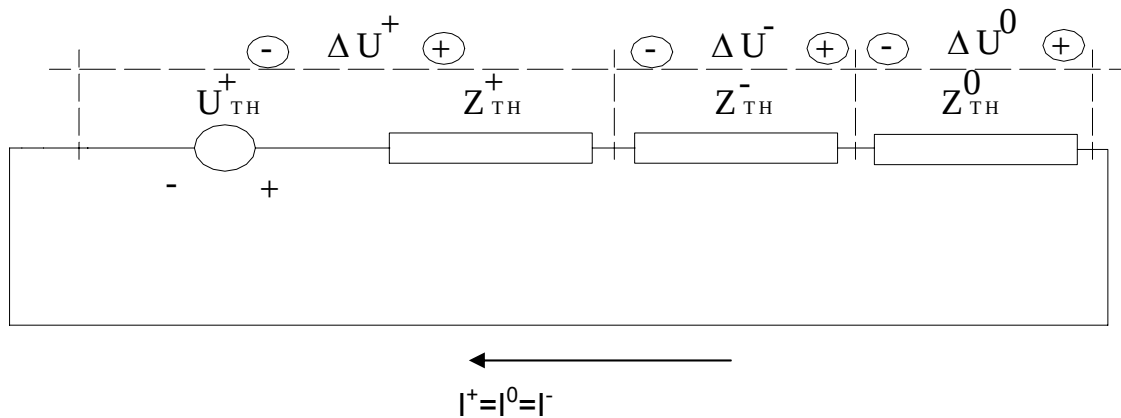


Figura N° 41

$$\therefore I^+ = \frac{U_{TH}^+}{Z_{TH}^+ + Z_{TH}^- + Z_{TH}^0} = \dots\dots\dots = 0,406e^{-j68}$$

Corrientes en la falla:

$$\begin{bmatrix} I_A \\ I_B \\ I_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I^0 \\ I^+ \\ I^- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I^0 + I^+ + I^- \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \cdot 0,406e^{-j68} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1,218e^{-j68} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Si R_f es distinta de cero, el sistema puede transformarse así:

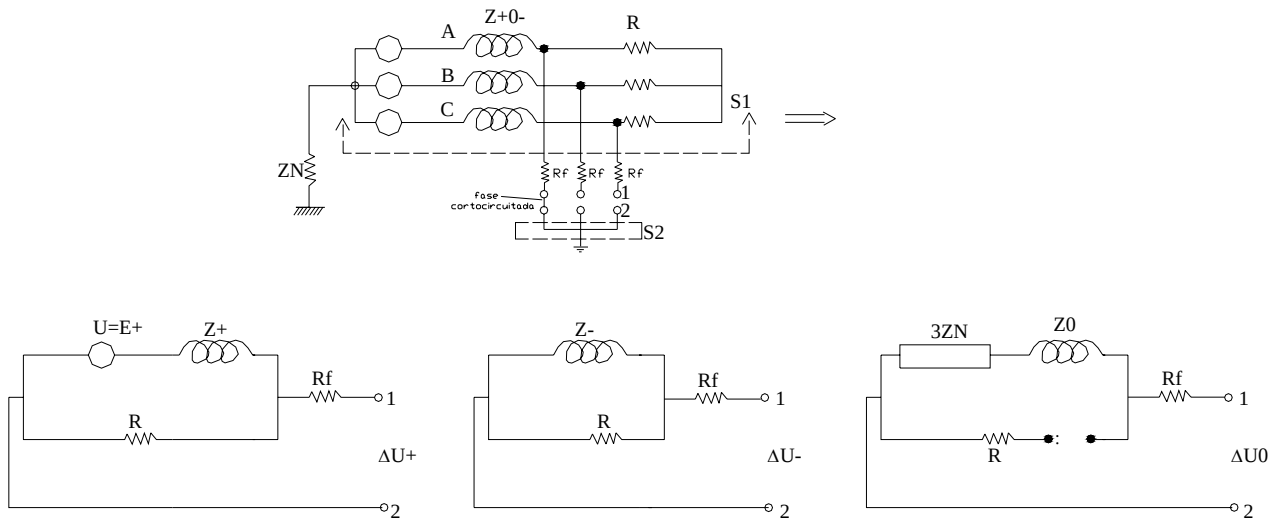


Figura N° 42

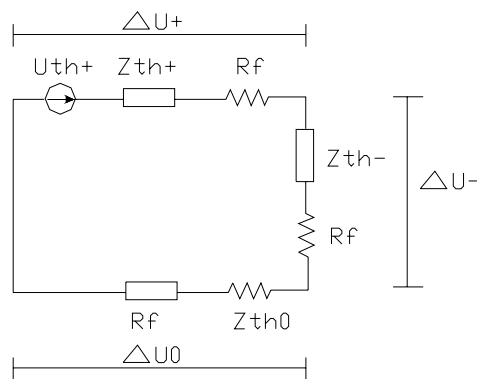


Figura N° 43

10.3. Ejemplo 3

Para el problema anterior, con $R_f=0$, calcular las tensiones y las corrientes en el generador y la carga.

Solución:

Con referencia a la Figura N° 43 y trabajando en p.u.:

$$\begin{cases} \Delta U^+ = U_{TH}^+ - I^+ Z_{TH}^+ = 0,722e^{-j34,7} - 0,406e^{-j68} \cdot 0,722e^{j45,3} = 0,324 - j0,298 \\ \Delta U^- = -I^- Z_{TH}^- = -0,406e^{-j68} \cdot 0,381e^{j72,3} = 0,155e^{j184,3} = -0,155 - j0,012 \\ \Delta U^0 = -I^0 Z_{TH}^0 = -0,406e^{-j68} \cdot 0,876e^{j6,6} = 0,356e^{j118,6} = -0,170 + j0,313 \end{cases}$$

Entre puntos 1 y 2 de la parte asimétrica (Figura N° 42), resulta:

$$\begin{bmatrix} \Delta U_A \\ \Delta U_B \\ \Delta U_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta U^0 \\ \Delta U^+ \\ \Delta U^- \end{bmatrix} = \dots = \begin{bmatrix} -0,001 + j0,003 \\ -0,503 + j0,053 \\ -0,007 + j0,882 \end{bmatrix} \cong \begin{bmatrix} 0 \\ 0,506e^{j174} \\ 0,882e^{j90,5} \end{bmatrix}$$

Corrientes por el generador:

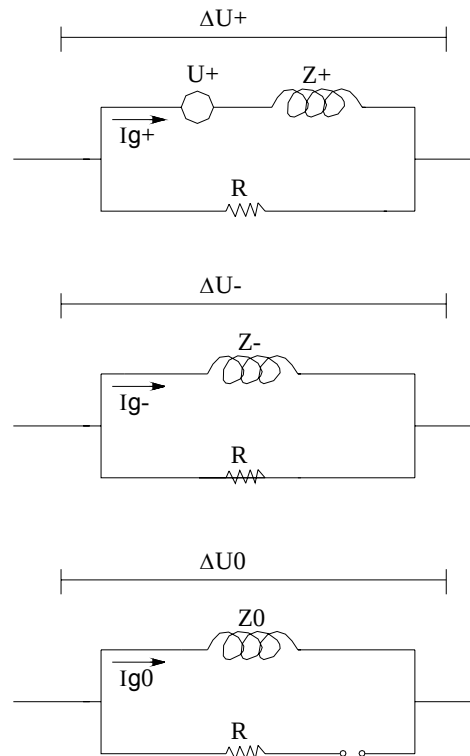


Figura N° 44

$$I_G^+ = \frac{U^+ - \Delta U^+}{Z^+} = \frac{1e^{j0} - (0,324 - j0,298)}{1e^{j80}} = 0,739e^{-j56,2}$$

$$I_G^- = \frac{-\Delta U^-}{Z^-} = \frac{-0,155e^{j184,3}}{0,4e^{j90}} = \dots = 0,388e^{j265,7}$$

$$I_G^0 = \frac{-\Delta U^0}{Z^0 + 3Z_N} = \frac{-0,356e^{j118,6}}{0,10e^{j90} + (3 \cdot 0,287 + j0)} = 0,411e^{j298,6}$$

$$\therefore \begin{bmatrix} I_{GA} \\ I_{GB} \\ I_{GC} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_G^0 \\ I_G^+ \\ I_G^- \end{bmatrix} = \dots = \begin{bmatrix} 1,478e^{-j67} \\ 0,309e^{-j128,4} \\ 0,558e^{j68} \end{bmatrix}$$

$$\therefore I_N = -(I_{GA} + I_{GB} + I_{GC}) = \dots\dots\dots = 1,232e^{j118,5}$$

que puede compararse con la corriente de falla I_A , verificándose que, aproximadamente, son iguales y opuestas.

11. Bibliografía

- “Symmetrical components”, Wagner y Evans
- “Power system control and stability”, PM Anderson, AA Fouad, Ames, Iowa, 1977
- “Análisis de sistemas eléctricos de potencia”, W.D. Stevenson.
- “Electrical Energy Systems Theory”. Olle I. Elgerd

12. Índice

1. INTRODUCCIÓN.....	1
2. DEFINICIONES	1
3. VALORES BASE.....	5
4. INFLUENCIA DE LA IMPEDANCIA DE NEUTRO.....	6
5. IMPEDANCIAS DE SECUENCIA DE DISTINTOS ELEMENTOS.....	6
5.1. IMPEDANCIAS-GENERADOR SINCRÓNICO	6
5.2. IMPEDANCIAS - TRANSFORMADOR	9
5.3. IMPEDANCIAS - CARGAS	13
5.4. IMPEDANCIAS - LÍNEAS	14
5.5. LÍNEAS CON ASIMETRÍAS O FALLAS	17
6. SISTEMAS CON ASIMETRÍA O FALLA	18
6.1. CIRCUITOS EQUIVALENTES.....	19
6.2. MÉTODOS.....	19
6.3. CASOS PARTICULARES	20
6.4. CLÁSICO (GENERAL)	23
6.5. ASIMETRÍAS LONGITUDINALES Y TRANSVERSALES	26
7. POTENCIA.....	27
8. MATRICES ADMITANCIA	28
9. MEDICIONES DE CORRIENTES Y TENSIONES DE SECUENCIA	31
9.1. CORRIENTES.....	31
9.1.1. <i>Corriente de secuencia Directa e Inversa</i>	31
9.1.2. <i>Demostración</i>	31
9.1.3. <i>Caso Trifilar con Neutro</i>	33
9.1.4. <i>Corriente de secuencia Homopolar: 3 posibles métodos</i>	33
9.2. TENSIONES	34
9.2.1. <i>Tensiones de secuencia Directa e Inversa</i>	34
9.2.2. <i>Tensión de secuencia Homopolar</i>	35
10. EJEMPLOS	35
10.1. EJEMPLO 1.....	35
10.2. EJEMPLO 2.....	37
10.3. EJEMPLO 3.....	40
11. BIBLIOGRAFÍA.....	42
12. INDICE	43